مدرسة بطريركيّة الرّوم الأرثوذكس المقدسيّة
الثّانوية- مأدبا

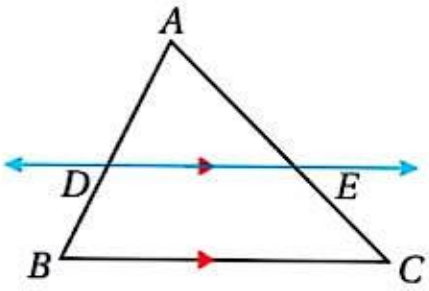
ورقة عمل رقم (1) / الأجزاء المتناسبة في المثلث

الاسم:		المادة:	الرياضيات
الصف:	التاسع الأساسي	التاريخ:	/ 2 / 2026

الهدف : تعرف الأجزاء المتناسبة في المثلث واستعمالها لايجاد قياسات مجهولة

الأجزاءُ المُتناسِبةُ في المُثلَّثِ

يُبيِّنُ الشكلُ المُجاوِرُ المُثلَّثَ ABC، حيثُ: $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overline{BC}$، و $\overleftrightarrow{DE}$ يقطعُ $\overline{AB}$ في D، ويقطعُ $\overline{AC}$ في E. ما العلاقةُ بينَ ΔABC و ΔADE؟



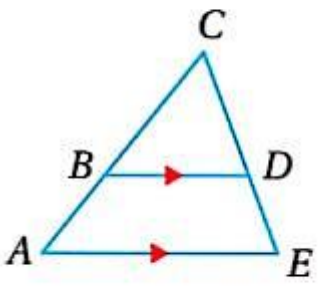
نستنتج انه عند رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع المثلث ويقطع ضلعية الآخرين فانة يمكن اثبات أن المثلثين الناتجين متشابهان .

التناسبُ في المُثلَّثِ

نظريةٌ

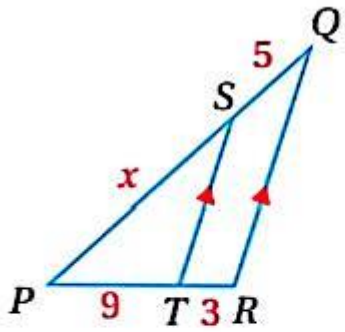
بالكلماتِ: إذا وازى مستقيمٌ ضلعًا منْ أضلاعِ مُثلَّثٍ، وقطعَ ضلعيْهِ الآخرينِ، فإنَّهُ يُقسِّمُهُما إلى قطعٍ مستقيمةٍ مُتناظِرةٍ أطوالُها مُتناسِبةٌ.

بالرموزِ: إذا كانَ $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$، فإنَّ $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$.



مثال 1 (مثال شارح)

مثال 1



في ΔPQR، إذا كانَ $SQ = 5, PT = 9, TR = 3, \overline{ST} \parallel \overline{QR}$، فأجدُ PS.

نظريةُ الأجزاءِ المُتناسِبةِ $\quad \frac{SQ}{PS} = \frac{TR}{PT}$

بالتعويضِ $\quad \frac{5}{x} = \frac{3}{9}$

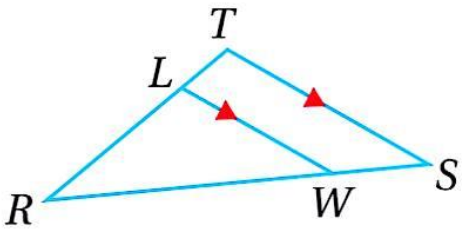
بالتبسيطِ $\quad \frac{5}{x} = \frac{1}{3}$

باستعمالِ خاصيةِ الضربِ التبادليّ $\quad x = 15$

أتحقق من فهمي :

في Δ RTS اذا كان WS = 6 , RT = 9 , RL = 5

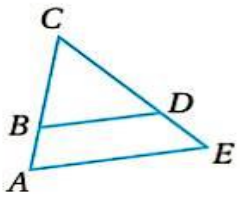
LW || TS فأجد RW



عكسُ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ

إنَّ عكسَ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ صحيحٌ أيضًا، وهذا ما تنصُّ عليْهِ النظريةُ الآتيةُ.

نظريةٌ **عكسُ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ**

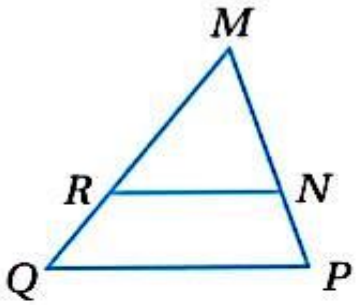


بالكلماتِ: إذا قطعَ مستقيمٌ ضلعينِ في مُثلَّثٍ، وقسَّمَهُما إلى قطعٍ مستقيمةٍ مُتناظِرةٍ أطوالُها مُتناسِبةٌ، فإنَّ المستقيمَ يوازي الضلعَ الثالثَ للمُثلَّثِ.

بالرموزِ: إذا كانَ $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$، فإنَّ $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$.

مثال 2 (مثال شارح)

مثال 2



في ΔQMP، إذا كانَ $MN = 12, NP = 3, MR = 16$، $RQ = 4$، فأُحدِّدُ إذا كانَ $\overline{QP} \parallel \overline{RN}$، مُبرِّرًا إجابتي.

بتعويضِ $MR = 16, RQ = 4$ $\quad \frac{RQ}{MR} = \frac{4}{16}$

بالتبسيطِ $\quad = \frac{1}{4}$

بتعويضِ $MN = 12, NP = 3$ $\quad \frac{NP}{MN} = \frac{3}{12}$

بالتبسيطِ $\quad = \frac{1}{4}$

ومنْ ثَمَّ، فإنَّ:

$$\frac{RQ}{MR} = \frac{NP}{MN} = \frac{1}{4}$$

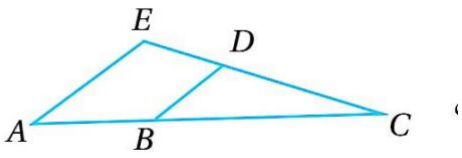
إذنْ، وبحسبِ عكسِ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ، فإنَّ $\overline{QP} \parallel \overline{RN}$.

أتحقق من فهمي :

في Δ AEC اذا كان

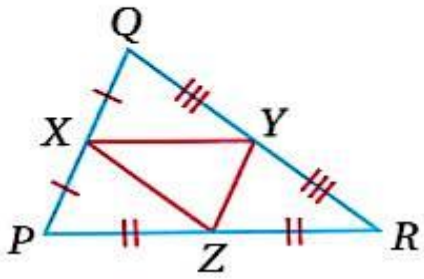
ED = 12 , DC = 20 , BC = 25 , AB = 15

فأحدد اذا كان AE || DB مبررا اجابتي



القطعةُ المُنصَّفةُ في المُثلَّثِ

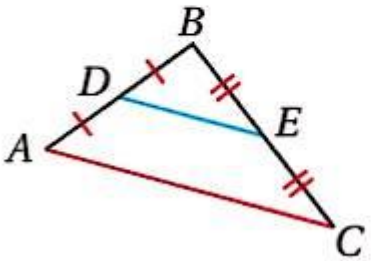
القطعةُ المُنصَّفةُ في المُثلَّثِ (midsegment) هيَ قطعةٌ مستقيمةٌ طرفاها نقطتا منتصفِ ضلعينِ في المُثلَّثِ، وفي كلِّ مُثلَّثٍ ثلاثُ قطعٍ مُنصَّفةٍ. فمثلًا، القطعُ المُنصَّفةُ في ΔPQR المُجاوِرِ هيَ: $\overline{XZ}$, $\overline{YZ}$, $\overline{XY}$.



نظرية

القطعةُ المُنصَّفةُ في المُثلَّثِ

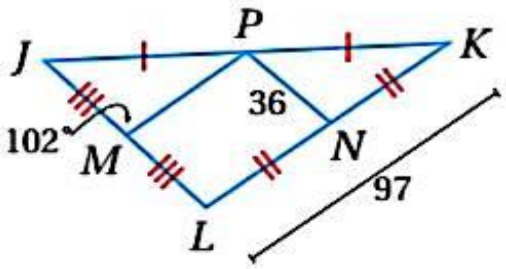
بالكلماتِ: القطعةُ المُنصَّفةُ في المُثلَّثِ توازي الضلعَ المُقابِلَ لها، وطولُها يساوي نصفَ طولِ ذلكَ الضلعِ.



بالرموزِ: إذا كانَتِ النقطةُ D والنقطةُ E هما نقطتَيْ منتصفِ $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ على الترتيبِ، فإنَّ:

$$DE = \frac{1}{2}AC \quad \text{و} \quad \overline{DE} \parallel \overline{AC}$$

مثال 3



أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاوِرِ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:

1 طولُ $\overline{JL}$.

نظريةُ القطعةِ المُنصَّفةِ في المُثلَّثِ $PN = \frac{1}{2} JL$

بتعويضِ $PN = 36$ $36 = \frac{1}{2} JL$

بالتبسيطِ $JL = 72$

2 طولُ $\overline{PM}$.

نظريةُ القطعةِ المُنصَّفةِ في المُثلَّثِ $PM = \frac{1}{2} LK$

بتعويضِ $LK = 97$ $= \frac{1}{2}(97)$

بالتبسيطِ $= 48.5$

3 قياسُ $\angle MPN$.

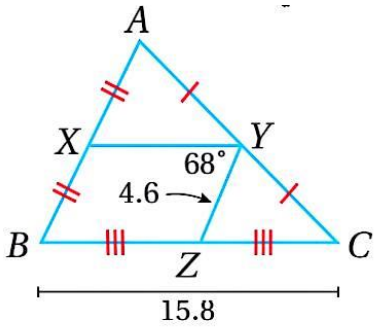
نظريةُ الزاويتينِ المُتبادِلتينِ داخليًّا $\angle MPN \cong \angle JMP$

تعريفُ تطابقِ الزوايا $m\angle MPN = m\angle JMP$

بالتعويضِ $= 102°$

أتحقق من فهمي :

أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور لايجاد كل مما يأتي :



1- طول XY

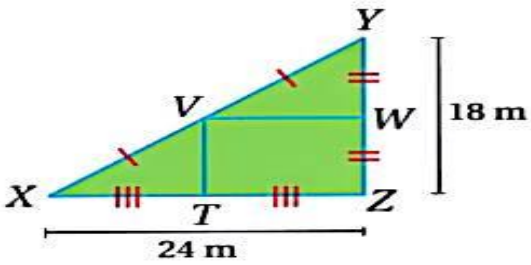
2- طول AX

3 – قياس YZC

يُمكِنُ استعمالُ نظريةِ القطعةِ المُنصَّفةِ في كثيرٍ منَ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 4 : منَ الحياةِ

حديقةٌ: يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ مُخطَّطًا لحديقةٍ عامةٍ على شكلِ مُثلَّثٍ قائمِ الزاويةِ، وفي داخلِها ممرّا مشاةٍ بحاجةٍ إلى إعادةِ تبليطٍ، هما: $\overline{VW}$، و $\overline{TV}$. أجدُ تكلفةَ تبليطِ الممرَّينِ التي ستدفعُها إدارةُ البلديةِ، علمًا بأنَّ تكلفةَ تبليطِ المترِ الطوليِّ الواحدِ للممرِّ هيَ 12 JD.



الخطوةُ 1: أجدُ طولَ كلٍّ منَ الممرَّينِ.

- أجدُ طولَ الممرِّ $\overline{VW}$:

نظريةُ القطعةِ المُنصَّفةِ في المُثلَّثِ $VW = \frac{1}{2} XZ$

بتعويضِ $XZ = 24$ $= \frac{1}{2}(24)$

بالتبسيطِ $= 12$

- أجدُ طولَ الممرِّ $\overline{TV}$:

نظريةُ القطعةِ المُنصِّفةِ في المُثلَّثِ $TV = \frac{1}{2} YZ$

بتعويضِ $YZ = 18$ $= \frac{1}{2}(18)$

بالتبسيطِ $= 9$

إذنْ، مجموعُ طولِ الممرَّينِ معًا هوَ: $9\text{ m} + 12\text{ m} = 21\text{ m}$

الخطوةُ 2: أجدُ التكلفةَ.

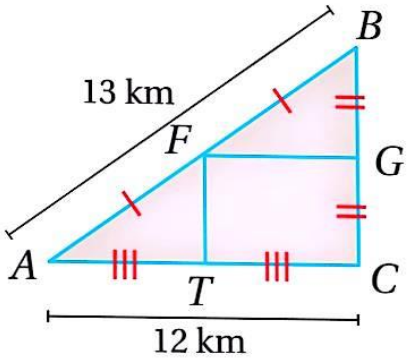
لإيجادِ تكلفةِ إعادةِ تبليطِ الممرَّينِ، أضربُ تكلفةَ تبليطِ المترِ الطوليِّ الواحدِ في مجموعِ طوليِ الممرَّينِ على النحوِ الآتي:

$$12 \times 21 = 252$$

إذنْ، تكلفةُ تبليطِ الممرَّينِ التي ستدفعُها إدارةُ البلديةِ هيَ: JD 252

أتحقق من فهمي :

يبين الشكل المجاور مخططا لمنطقة من مدينة عمان على شكل مثلث قائم الزاوية تقود غدير سيارتها في هذه المنطقة أثناء توجهها الى عملها وتسير على الطريق GF والطريق FT أجد المسافة التي تقطعها غدير بسيارتها يوميا :



أنتهت الورقة

قسم الرياضيات