الوحدة الخامسة

الاقترانات

الدرس الاول : اقترانات كثيرات الحدود

فكرة الدرس:

تعرُّفُ الاقتراناتِ كثيراتِ الحدودِ، وتمثيلُها بيانيًا، وإجراءُ عملياتِ الجمعِ والطرحِ والضربِ عليْها، وحلُّ مسائلَ عنْها.

الاقترانُ **وحيدُ الحدِّ** (monomial) بمُتغيِّرٍ واحدٍ هوَ اقترانٌ قاعدتُهُ ناتجُ ضربِ عددٍ حقيقيٍّ، يُسمّى المعاملَ، في مُتغيِّرٍ أُسُّهُ عددٌ صحيحٌ غيرُ سالبٍ. والجدولُ الآتي يعرضُ بعضَ الأمثلةِ

على وحيدِ الحدِّ، وأُسِّهِ، ومعاملِهِ:

وحيدُ الحدِّ	$3x^2$	$-\frac{1}{2}x^5$	$\sqrt{7}x^3$	x	9
الأُسُّ	2	5	3	1	0
المعاملُ	3	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{7}$	1	9

الاقترانُ **كثيرُ الحدودِ** (polynomial) بمُتغيِّرٍ واحدٍ هوَ اقترانٌ يتكوَّنُ منْ وحيدِ حدٍّ واحدٍ، أوْ مجموعِ عِدَّةِ اقتراناتٍ وحيدةِ الحدِّ بمُتغيِّرٍ واحدٍ. ومنْ أمثلتِهِ الاقتراناتُ الآتيةُ:

$f(x)= 2$ $f(x)= 3x - 4$ $f(x)= x^2 + 4x-5$ $g(x) = -3x^2 +15.x^4 -3$

الصورةُ العامةُ لكثيرِ الحدودِ:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

حيثُ: n: عددٌ صحيحٌ غيرُ سالبٍ.
$a_n , a_{n-1} , a_{n-2} , \dots, a_1 , a_0$: أعدادٌ حقيقيةٌ تُسمّى معاملاتِ حدودِ كثيرِ الحدودِ.

إذا كانَ $a_n \neq 0$ ، فإنَّهُ يُسمّى **المعاملَ الرئيسَ** (leading coefficient)، **ودرجةُ** (degree) كثيرِ الحدودِ (n) هيَ أكبرُ أسٍّ للمُتغيِّرِ في جميعِ حدودِهِ، ويُسمّى a_0 الحدَّ الثابتَ.

يكونُ كثيرُ الحدودِ مكتوبًا **بالصورةِ القياسيةِ** (standard form) إذا كانَتْ حدودُهُ مكتوبةً بترتيبٍ تنازليٍّ منْ أكبرِها درجةً إلى أصغرِ درجةً.

كثيرُ الحدودِ الذي جميعُ معاملاتِهِ أصفارٌ يُسمّى **كثيرَ الحدودِ الصفريَّ** (zero polynomial) وهوَ $f(x) = 0$ ، وليسَ لهُ درجةٌ، ويُمثِّلُهُ المحورُ x في المستوى الإحداثيِّ.

مجالُ (domain) أيِّ اقترانٍ هوَ مجموعةُ القيمِ التي يأخذُها المُتغيِّرُ x، **ومداهُ** (range) هوَ مجموعةُ القيمِ التي يأخذُها المُتغيِّرُ y. لتمثيلِ الاقترانِ كثيرِ الحدودِ *f*(x) بيانيًا، أكوِّنُ جدولَ قيمٍ أحدِّدُ فيهِ قيمَ المُتغيِّرِ x ، وأحسبُ قيمَ *f*(x) ، وأعيِّنُ النقاطَ (x , f(x)) في المستوى الإحداثيِّ، وأَصِلُ بينَها بمنحنى متصلٍ.

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

a) $h(x) = 9 - 5x + \sqrt{2}\,x^5$

b) $f(x) = \dfrac{3x+5}{x^2+2} + 2x$

c) $g(x) = 2x(3-x)^3$

d) $r(x) = \dfrac{x^3}{6} - 7x^5 + 2\pi$

a) كثير حــدود، صورته القياســية: $h(x) = \sqrt{2x^5} - 5x + 9$، ودرجته 5، والمعامل الرئيس $\sqrt{2}$، والحد الثابت 9

b) ليس كثير حدود.

c) كثيــر حدود، صورته القياســية: $f(x) = -2x^4 + 18x^3 - 54x^2 + 54x$، ودرجته 4، والمعامل الرئيس -2، والحد الثابت 0

d) كثير حدود، صورته القياسية: $r(x) = 7x^5 - \dfrac{1}{6}x^3 + 2\pi$
درجته 5، المعامل الرئيس 7، وحده الثابت 2π

أتحقق من فهمي

أُمثِّلُ بيانيًّا كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

a) $f(x) = 2x^3 - 16, -3 \le x \le 3$

b) $f(x) = -0.5x^2 + 3x + 3.5$

(a

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$	-70	-32	-18	-16	-14	0	38

المجال: $-3 \le x \le 3$ المدى: $-70 \le y \le 38$ له صفر واحد هو 2

(b

x	-2	-1	1	3	7	8
$y = f(x)$	-4.5	0	6	8	0	-4.5

المجال: جميع الأعداد الحقيقية، والمدى: الأعداد الحقيقية التي لا تزيد على 8؛ أي $y \le 8$، أو الفترة $(-\infty, 8]$.

له صفران، هما: -1، و 7

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $f(x) = 3x^2 + 8x^3 + 2x + 13, g(x) = -4x^3 + 6x^2 - 5$، فأَجِدُ $f(x) + g(x)$.

$f(x) + g(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x + 8$

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $f(x) = 5x^3 - 12x^2 + 3x + 20, g(x) = x^3 + 6x^2 - 14$، فأَجِدُ $g(x) - f(x)$.

$f(x) - g(x) = 4x^3 - 18x^2 + 3x + 34$

أتحقق من فهمي

أَجِدُ ناتجَ ضربِ $f(x) . g(x)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

a) $f(x) = 5x^2 + 4, g(x) = 7x + 6$

b) $f(x) = 2x^3 + x - 8, g(x) = 5x^2 + 4x$

a) $35x^3 + 30x + 28x + 24$

b) $10x^5 + 8x^4 + 5x^3 - 36x^2 - 32x$