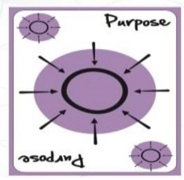
ورقة عمل / المثلثات المتطابقة

الاسم:		المادة:	الرياضيات
الصف:	الثامن	التاريخ:	/1/2026



الأهداف:1) إثبات تطابق المثلثين باستخدام حالات التطابق المتعددة.

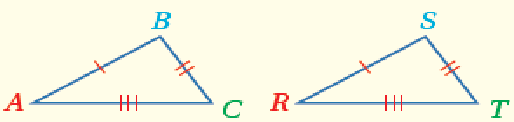
2) التعرف إلى خصائص المثلث المتطابق الضلعين والمتطابق الأضلاع.

3) حلّ مسائل على تطابق المثلثات.

المسلمةُ (Postulate) عبارةٌ رياضيةٌ تُقبَلُ على أنّها صحيحةٌ مِنْ دونِ برهانٍ، أما النظريةُ (theorem) فهي عبارةٌ أوْ تخمينٌ تحتاجُ إلى كتابةِ برهانٍ (proof) لإثباتِ صحتِها؛ فالبرهانُ دليلٌ منطقيٌّ على كلِّ عبارةٍ مكتوبةٍ فيهِ تكونُ مبرّرةً بعبارةٍ سبقَ إثباتُها أو قبولُ صحّتِها، ويمكنُ استعمالُ العباراتِ أو التخميناتِ المُثبتِ صحتُها في البراهينِ لتبريرِ صحةِ عباراتٍ أُخرى.

مسلمةٌ — التطابقُ بثلاثةِ أضلاعٍ (SSS)

- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَتْ أضلاعُ مثلثٍ مَعَ الأضلاعِ المناظرةِ لَها في مثلثٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ SSS، حيثُ إنّ الحرفَ S هو اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Side) وتعني ضلعًا.

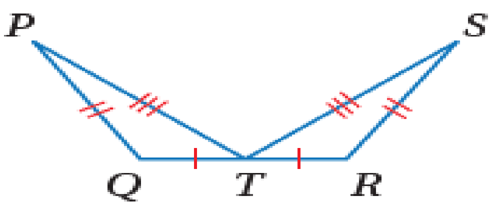


- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\overline{BC} \cong \overline{ST}$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$

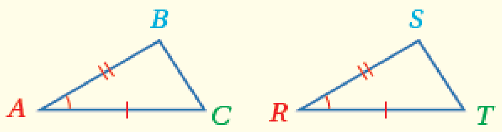
  فإنَّ: $\triangle ABC \cong \triangle RST$

أتحقّقُ من فهمي:

أثبتُ أنَّ المثلثَينِ $\triangle QPT$ وَ $\triangle RST$ المبيّنَينِ في الشكلِ أدناه متطابقانِ

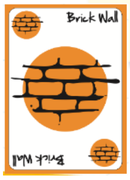


مسلمةٌ — التطابقُ بضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ بينَهُما (SAS)

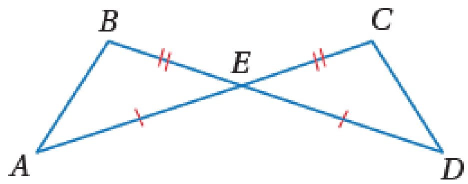


- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَ ضلعانِ والزاويةُ المحصورةُ بينَهُما في مثلثٍ مَعَ نظائِرِها في مثلثٍ آخرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ SAS، حيثُ إنّ الحرفَ S اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Side) وتعني ضلعًا، والحرفَ A اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Angle) وتعني زاويةً.

- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\angle A \cong \angle R$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$ ، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta RST$

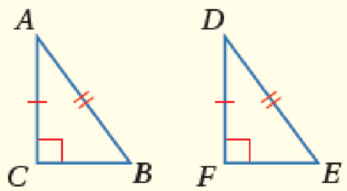


أتحققُ من فهمي:



أثبــتُ أنَّ ΔDCE وَ ΔABE المبيّنَيــنِ في الشــكلِ المجــاورِ متطابقانِ.

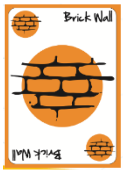
نظريةٌ — تطابقُ المثلثاتِ القائمةِ الزاويةِ بوَترٍ وساقٍ (HL)

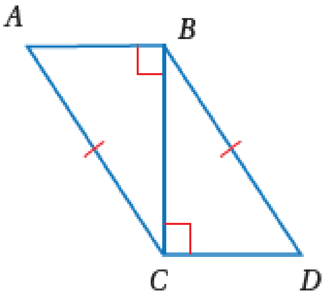


- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَ وَترٌ وساقٌ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ وَترًا وساقًا في مثلثٍ قائمٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ HL، حيثُ إنّ الرمزَ H اختصارٌ للكلمةِ الإنجليزيّةِ (Hypotenuse) وتعني وترًا، و الحرفَ L اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Leg) وتعني ساقًا.

- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

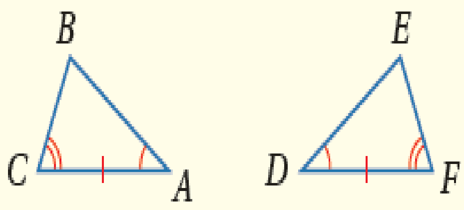
• أثبت أن $\Delta ABC \cong \Delta DCB$





مسلمةٌ التطابقُ بزاويتَينِ وضلعٍ محصورٍ بينَهُما (ASA)

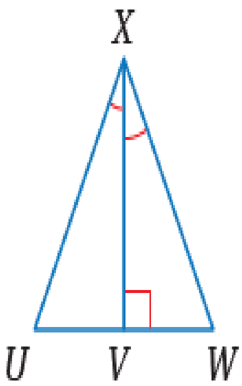
• **بالكلماتِ:** إذا طابقَتْ زاويتانِ والضلعُ المحصورُ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَهُما في مثلثٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ ASA.



• **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\angle C \cong \angle F, \overline{AC} \cong \overline{DF}, \angle A \cong \angle D$ ، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

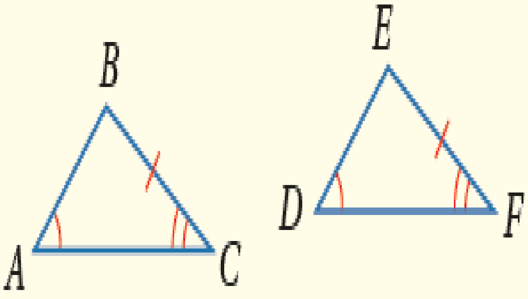
أتحققُ من فهمي:

في الشـكلِ المجاورِ، إذا علمْـتُ أنَّ $\angle UXV \cong \angle WXV$، فأثبِـتُ أنَّ $\Delta UXV \cong \Delta WXV$



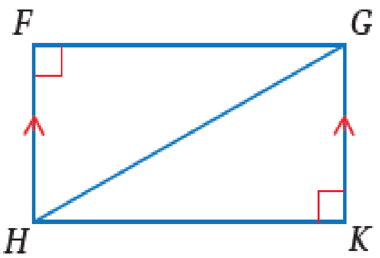
نظريةٌ

التطابقُ بزاويتينِ وضلعٍ غيرِ محصورٍ بينَهُما (AAS)



- **بالكلماتِ:** إذا طابقَتْ زاويتانِ وضلعٌ غيرُ محصورٍ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَهُما في مثلثٍ آخرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ AAS.

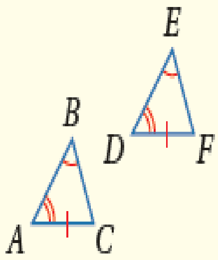
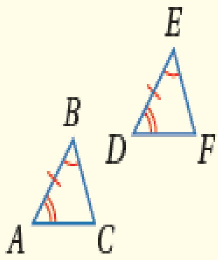
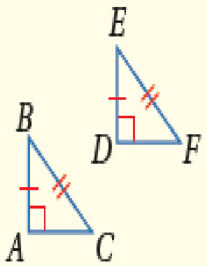
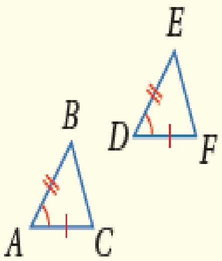
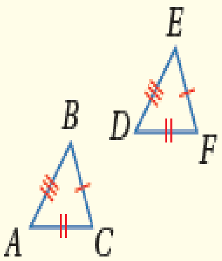
- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\angle C \cong \angle F$, $\angle A \cong \angle D$، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



- في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{GK} \parallel \overline{HF}$، وَأنَّ $\angle F$ وَ $\angle K$ زاويتانِ قائمتانِ. فأثبتُ أنَّ $\Delta HFG \cong \Delta GKH$

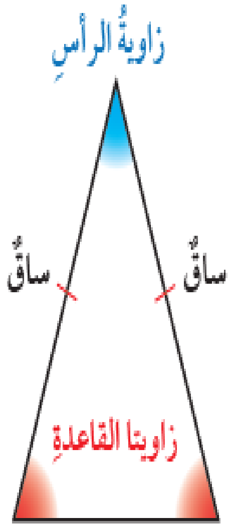
تعلمْتُ طرائقَ عدةً لإثباتِ تطابقِ المثلثاتِ يمكنُ تلخيصُها في الجدولِ الآتي:

ملخصُ المفهومِ — إثباتُ تطابقِ المثلثاتِ

AAS	ASA	HL (مثلثاتٌ قائمةُ الزاويةِ فقطْ)	SAS	SSS
				
يتطابقُ مثلثانِ إذا طابقَتْ زاويتانِ وضلعٌ غيرُ محصورٍ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَها في مثلثٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ إذا طابقَتْ زاويتانِ وضلعٌ محصورٌ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَها في مثلثٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ قائما الزاويةِ إذا طابقَ وترٌ وساقٌ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ وترًا وساقًا في مثلثٍ قائمٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ إذا طابقَ ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَها في مثلثٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ إذا كانَتْ أضلاعُهُما المتناظرةُ متطابقةً.

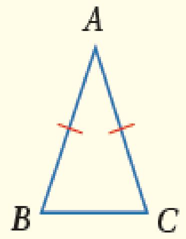
تعلمْتُ سابقًا أنَّ المثلثَ المتطابقَ الضلعَينِ هُوَ المثلثُ الّذي فيهِ ضلعانِ متطابقانِ على الأقلِّ.

إنَّ لأجزاءِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ أسماءً خاصةً، إذْ يسمّى الضلعانِ المتطابقانِ **الساقَينِ** (legs)، وتسمّى الزاويةُ الّتي ضلعاها الساقانِ **زاويةَ الرأسِ** (vertex angle)، ويسمّى الضلعُ الثالثُ **القاعدةَ** (base). والزاويتانِ المكوّنتانِ مِنَ القاعدةِ والضلعَينِ المتطابقَينِ تسمّيانِ **زاويتَي القاعدةِ** (base angles).



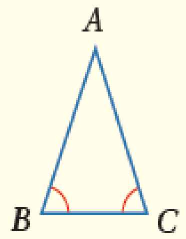
نظرياتٌ — المثلثُ المتطابقُ الضلعَين

نظريةُ المثلثِ المتطابقِ الضلعَين



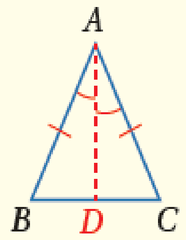
- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَ ضلعانِ في مثلثٍ، فإنَّ الزاويتَينِ المقابلتَينِ لَهُما متطابقتانِ.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ فإنَّ $\angle B \cong \angle C$

عكسُ نظريةِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَين



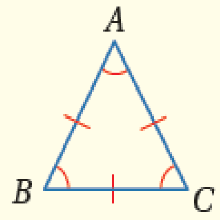
- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَتْ زاويتانِ في مثلثٍ، فإنَّ الضلعَينِ المقابلَينِ لَهُما متطابقانِ.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\angle B \cong \angle C$ فإنَّ $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

منصّفُ زاويةِ الرّأسِ

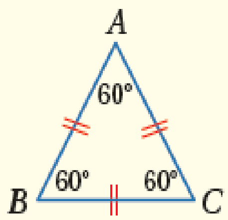


- **بالكلماتِ:** يكونُ منصّفُ زاويةِ الرأسِ عموديًّا على القاعدةِ، وينصّفُها.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ وَ $\overline{AD}$ ينصّفُ $\angle BAC$ ، فإنَّ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ وَ $\overline{BD} \cong \overline{CD}$

نتيجتانِ — المثلثُ المتطابقُ الأضلاعِ



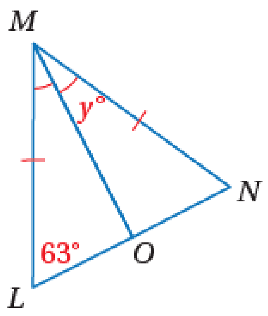
- **بالكلماتِ:** يكونُ المثلثُ متطابقَ الأضلاعِ إذا وفقط إذا كانَ متطابقَ الزوايا.
- **بالرموزِ:** $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ إذا وفقطْ إذا كانَ $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$



- **بالكلماتِ:** قياسُ كلِّ زاويةٍ في المثلثِ المتطابقِ الأضلاعِ $60°$
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ فإنَّ $\angle A \cong \angle B \cong \angle C = 60°$

مثال 3

1 أجدُ قيمةَ y في الشكلِ المجاورِ.



بما أنَّ $\angle LMO \cong \angle NMO$ إذنْ $\overline{MO}$ منصّفٌ لزاويةِ الرأسِ في مثلثٍ متطابقِ الضلعَينِ،

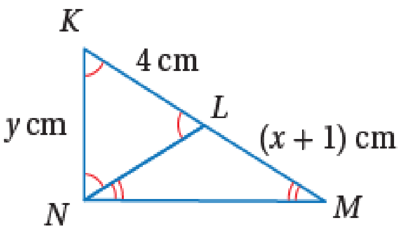
وبذلكَ فإنَّ $\overline{LN} \perp \overline{MO}$، ومنهُ $m\angle MON = 90°$.

وبما أنَّ ΔMLN متطابقُ الضلعَينِ، فإنَّ $\angle L \cong \angle N$، ومنهُ فإنَّ $m\angle N = 63°$.

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ	$m\angle N + m\angle MON + y° = 180°$
أعوضُ $m\angle N = 63°, m\angle MON = 90°$	$63° + 90° + y° = 180°$
أجمعُ	$153° + y° = 180°$
أطرحُ $153°$ مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$y° = 27°$

إذنْ، قيمةُ y تساوي $27°$

2 أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y في الشكلِ المجاورِ.



الْخُطْوَةُ 1 أجدُ قيمةَ y

بما أنَّ $\angle LKN \cong \angle KLN \cong \angle KNL$، فإنَّ ΔKLN متطابقُ الأضلاعِ،

ومنهُ فإنَّ $y = 4$ cm.

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ قيمةَ x

بما أنَّ $\angle LMN \cong \angle LNM$، فإنَّ $\overline{LM} \cong \overline{LN}$، ومنهُ فإنَّ ΔLMN متطابقُ الضلعَينِ.

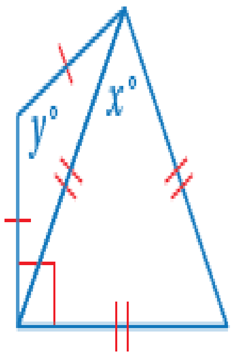
وبما أنَّ ΔKLN متطابقُ الأضلاعِ، فإنَّ $LN = 4$.

قطعتانِ مستقيمتانِ متطابقتانِ	$LN = LM$
أعوضُ $LN = 4, LM = x + 1$	$4 = x + 1$
أطرحُ 1 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$x = 3$

إذنْ، قيمةُ x تساوي 3 cm

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y في الشكلِ المجاورِ.



انتهت ورقة العمل

قسم الرياضيات