



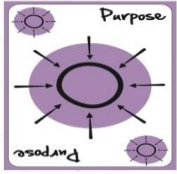
ورقة عمل / المثلثات المتطابقة

المادة: الرياضيات

الاسم: _____

التاريخ: 1/1/2026

الصف: الثامن



الأهداف: (1) إثبات تطابق المثلثين باستخدام حالات التطابق المتعددة.

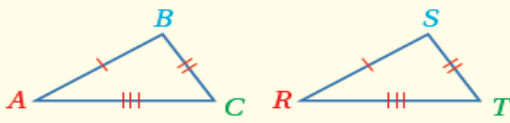
(2) التعرف إلى خصائص المثلث المتطابق الضلعين والمتطابق الأضلاع.

(3) حل مسائل على تطابق المثلثات.

المسلمة (Postulate) عبارة رياضية تُقبل على أنها صحيحة من دون برهان، أما **النظرية (theorem)** فهي عبارة أو تخمين تحتاج إلى كتابة برهان (proof) لإثبات صحتها؛ فالبرهان دليل منطقي على كل عبارة مكتوبة فيه تكون مبررة بعبارة سبق إثباتها أو قبول صحتها، ويمكن استعمال العبارات أو التخمينات المثبت صحتها في البراهين لتبرير صحة عبارات أخرى.

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

مسلمة



إذا تطابقت أضلاع مثلث مع الأضلاع المناظرة لها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان وتختصر هذه الحالة بالرمز SSS، حيث إن الحرف S هو اختصار للكلمة الانجليزية (Side) وتعني ضلعاً.

• **بالكلمات:**

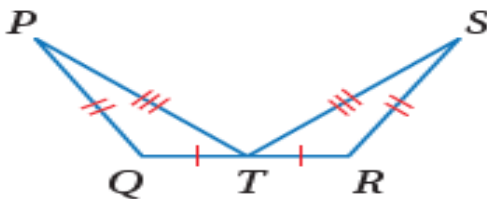
إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\overline{BC} \cong \overline{ST}$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$ فإن: $\triangle ABC \cong \triangle RST$

• **بالرموز:**



أتحقق من فهمي:

أثبت أن المثلثين $\triangle QPT$ و $\triangle RST$ المبيّنين في الشكل أدناه متطابقان



مسلمة

التطابق بضلعين وزاوية محصورة بينهما (SAS)

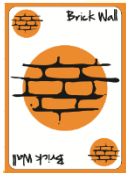


• **بالكلمات:** إذا تطابق ضلعان وزاوية المحصورة بينهما

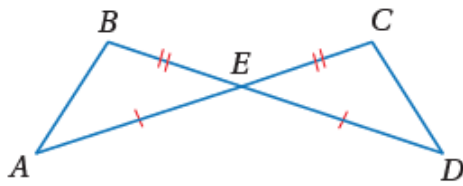
في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. وتختصر هذه الحالة

بالرمز SAS، حيث إن الحرف S اختصاراً للكلمة الانجليزية (Side) وتعني ضلعاً، والحرف A اختصاراً للكلمة الانجليزية (Angle) وتعني زاوية.

• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\angle A \cong \angle R$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle RST$



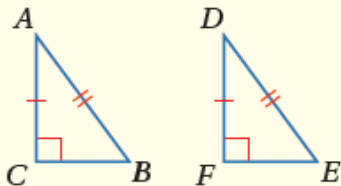
أتحقق من فهمي:



أثبت أن $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ المبيّن في الشكل المجاور متطابقان،

نظرية

تطابق المثلثات القائمة الزاوية بوتر وساق (HL)



• **بالكلمات:** إذا طابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية وتر وساقاً في

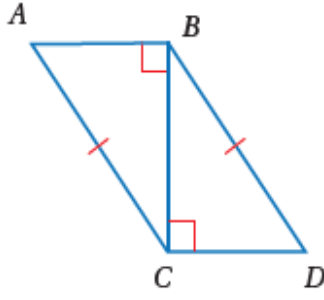
مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.

وتختصر هذه الحالة بالرمز HL، حيث إن الرمز H اختصاراً

للكلمة الانجليزية (Hypotenuse) وتعني وترًا، والحرف L

اختصاراً للكلمة الانجليزية (Leg) وتعني ساقاً.

• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

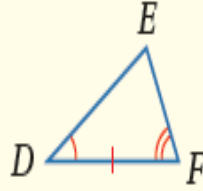
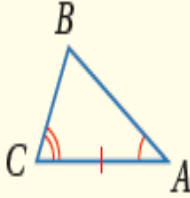


$$\Delta ABC \cong \Delta DCB$$

• أثبت أن

التطابق بزائويتين وضلع محصور بينهما (ASA)

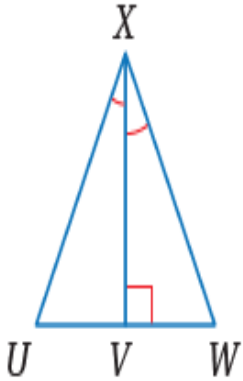
مسلمة



• **بالكلمات:** إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما
في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين
متطابقان. وتختصر هذه الحالة بالرمز ASA.

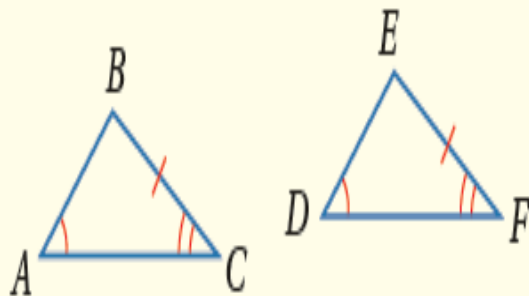
• **بالرموز:** إذا كان: $\angle A \cong \angle D$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle C \cong \angle F$ ، فإن: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

أتحقق من فهمي:



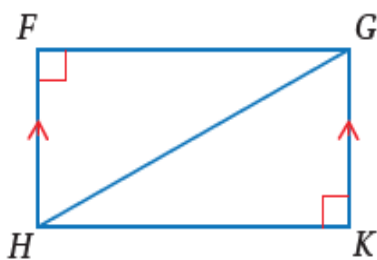
في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\angle UXV \cong \angle WXV$ ، فأثبت أن $\Delta UXV \cong \Delta WXV$

التطابق بزائويتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)



• **بالكلمات:** إذا طابقت زائويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. وتختصر هذه الحالة بالرمز AAS.

• **بالرموز:** إذا كان: $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

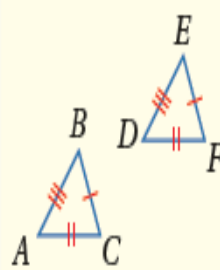
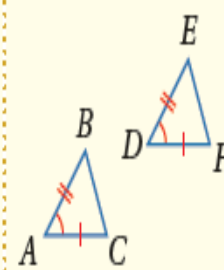
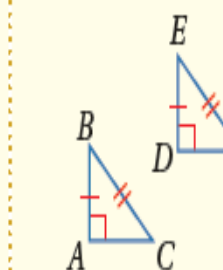
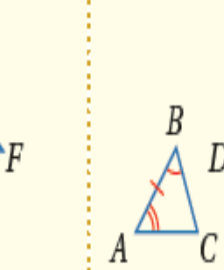
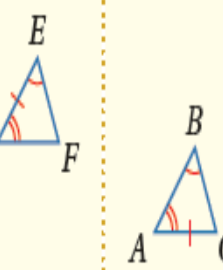


● في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\overline{HF} \parallel \overline{GK}$ وأن $\angle F$ و $\angle K$ زاويتان قائمتان.

تعلمت طرائق عدة لإثبات تطابق المثلثات يمكن تلخيصها في الجدول الآتي:

إثبات تطابق المثلثات

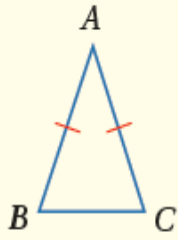
ملخص المفهوم

SSS	SAS	HL (مثلثات قائمة الزاوية فقط)	ASA	AAS
				
يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة.	يتطابق مثلثان إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر.	يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا طابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية وترًا وساقًا في مثلث قائم آخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع محصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر.



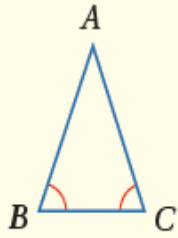
تعلمت سابقاً أن المثلث المتطابق الضلعين هو المثلث الذي فيه ضلعان متطابقان على الأقل.

إن لأجزاء المثلث المتطابق الضلعين أسماء خاصة، إذ يسمى الضلعان المتطابقان **الساقين** (legs)، وتسمى الزاوية التي ضلعاها الساقان **زاوية الرأس** (vertex angle)، ويسمى الضلع الثالث **القاعدة** (base). والزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان **زاويتي القاعدة** (base angles).



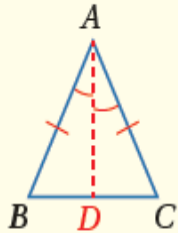
نظرية المثلث المتطابق الضلعين

- **بالكلمات:** إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ فإن $\angle B \cong \angle C$



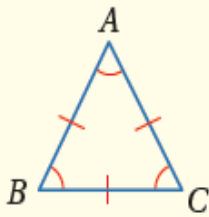
عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

- **بالكلمات:** إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقتان.
- **بالرموز:** إذا كان $\angle B \cong \angle C$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

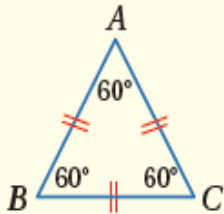


منصف زاوية الرأس

- **بالكلمات:** يكون منصف زاوية الرأس عمودياً على القاعدة، وينصفها.
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ و \overline{AD} ينصف $\angle BAC$ ، فإن $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BD}$

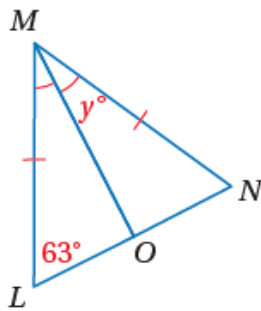


- **بالكلمات:** يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.
- **بالرموز:** $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ إذا وفقط إذا كان $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$



- **بالكلمات:** قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع 60°
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ فإن $\angle A \cong \angle B \cong \angle C = 60^\circ$

أجد قيمة y في الشكل المجاور.



بما أن $\angle NMO \cong \angle LMO$ إذن \overline{MO} منصفٌ لزاوية الرأس في مثلث متطابق الضلعين،
وبذلك فإن $\overline{MO} \perp \overline{LN}$ ومنه $m\angle MON = 90^\circ$.

وبما أن $\triangle MLN$ متطابق الضلعين، فإن $\angle N \cong \angle L$ ، ومنه فإن $m\angle N = 63^\circ$.

$$m\angle N + m\angle MON + y^\circ = 180^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث

$$63^\circ + 90^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle N = 63^\circ, m\angle MON = 90^\circ \text{ أعرض}$$

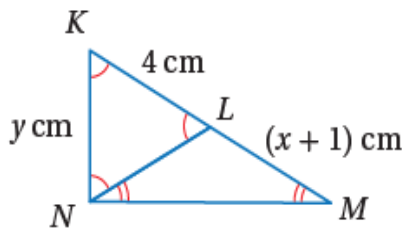
$$153^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

أجمع

$$y^\circ = 27^\circ$$

أطرح 153° من طرفي المعادلة

إذن، قيمة y تساوي 27°



أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.

الخطوة 1 أجد قيمة y

بما أن $\angle KNL \cong \angle LNM$ ، فإن $\triangle KLN \cong \triangle LNM$ متطابق الأضلاع،
ومنه فإن $y = 4 \text{ cm}$.

الخطوة 2 أجد قيمة x

بما أن $\angle LNM \cong \angle LMN$ ، فإن $\overline{LN} \cong \overline{LM}$ ، ومنه فإن $\triangle LMN$ متطابق الضلعين.

وبما أن $\triangle KLN \cong \triangle LNM$ متطابق الأضلاع، فإن $LN = 4$.

$$LN = LM$$

قطعتان مستقيمتان متطابقتان

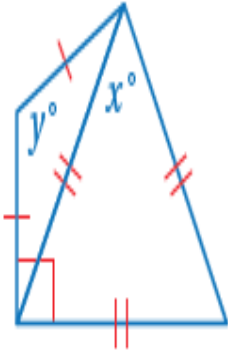
$$4 = x + 1$$

$$LN = 4, LM = x + 1 \text{ أعرض}$$

$$x = 3$$

أطرح 1 من طرفي المعادلة

إذن، قيمة x تساوي 3 cm



أتحقق من فهمي:

أجد قيمة كلٍّ من x و y في الشكل المجاور.

انتهت ورقة العمل
قسم الرياضيات