



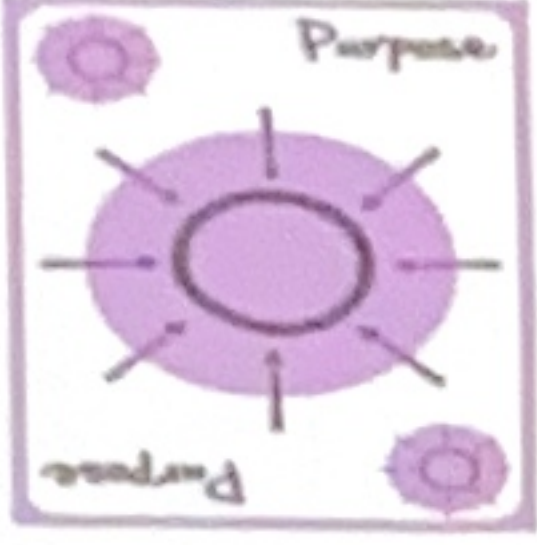
ورقة عمل / المثلثات المتطابقة

المادة: الرياضيات

الاسم:

التاريخ: /1/2026

الصف: الثامن



الأهداف: (1) إثبات تطابق المثلثين باستخدام حالات التطابق المتعددة.

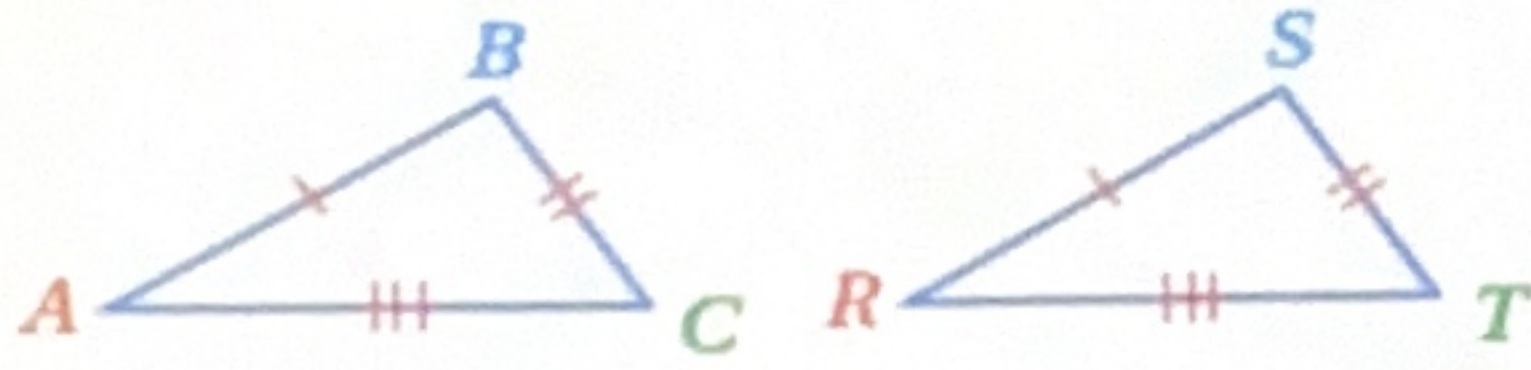
(2) التعرف إلى خصائص المثلث المتطابق الضلعين والمتطابق الأضلاع.

(3) حل مسائل على تطابق المثلثات.

المسلمة (Postulate) عبارة رياضية تُقبل على أنها صحيحة من دون برهان، أما **النظرية** (theorem) فهي عبارة أو تخمين تحتاج إلى كتابة **برهان** (proof) لإثبات صحتها؛ فالبرهان دليل منطقي على كل عبارة مكتوبة فيه تكون مبررة بعبارة سبق إثباتها أو قبول صحتها، ويمكن استعمال العبارات أو التخمينات المثبت صحتها في البراهين لتبرير صحة عبارات أخرى.

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

مسلمة



إذا تطابقت أضلاع مثلث مع الأضلاع المناظرة

لها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان

وتختصر هذه الحالة بالرمز SSS، حيث إن

الحرف S هو اختصار للكلمة الانجليزية (Side) وتعني ضلعاً.

إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\overline{BC} \cong \overline{ST}$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$

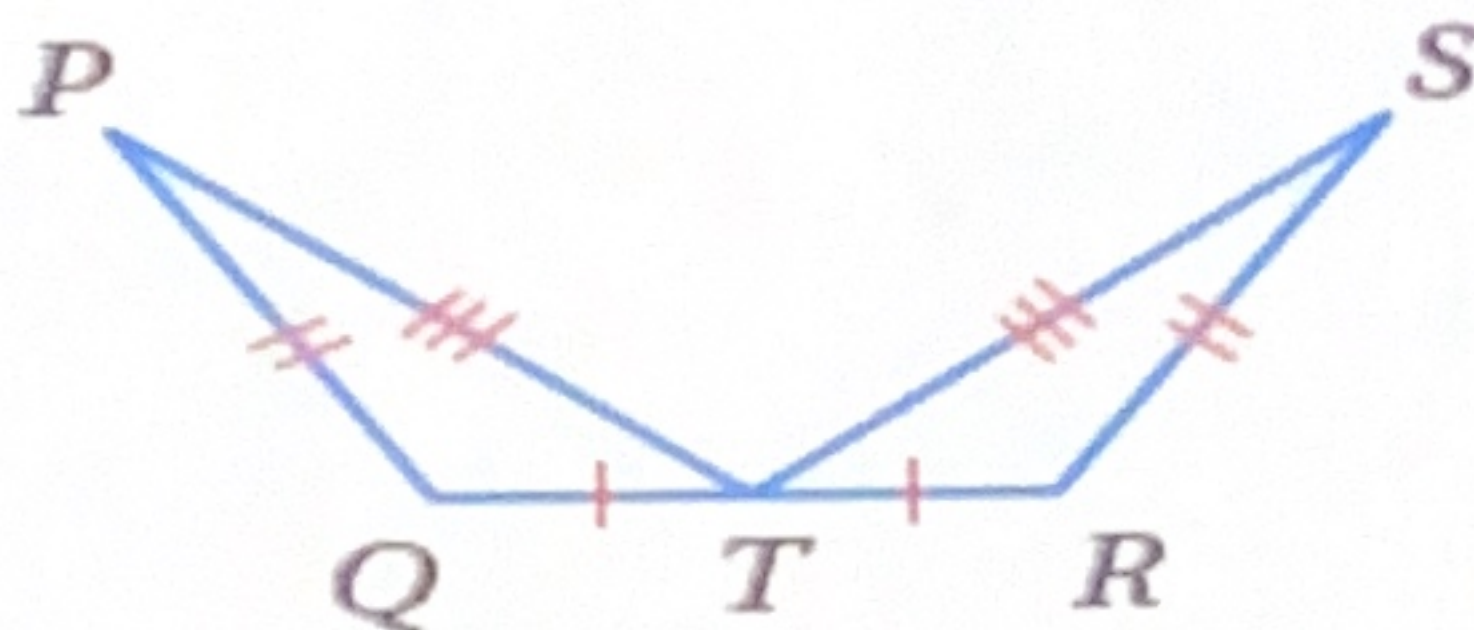
فإن: $\triangle ABC \cong \triangle RST$

• بالرموز:



أتحقق من فهمي:

أثبت أن المثلثين $\triangle QPT$ و $\triangle RST$ المبيّنين في الشكل أدناه متطابقان



نلاحظ من الشكل المجاور أن:

معطى $\overline{QT} \cong \overline{RT}$

معطى $\overline{PT} \cong \overline{ST}$

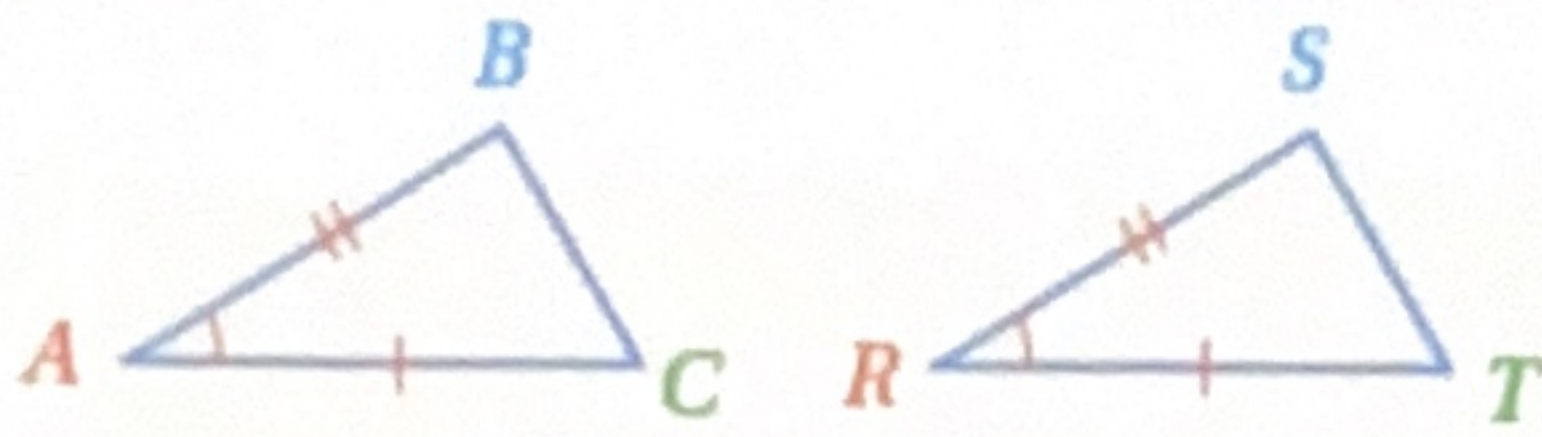
معطى $\overline{QT} \cong \overline{RT}$

$\triangle QPT \cong \triangle RST \leftarrow$

حسب SSS

التطابق بضلعين وزاوية محصورة بينهما (SAS)

مسلمة

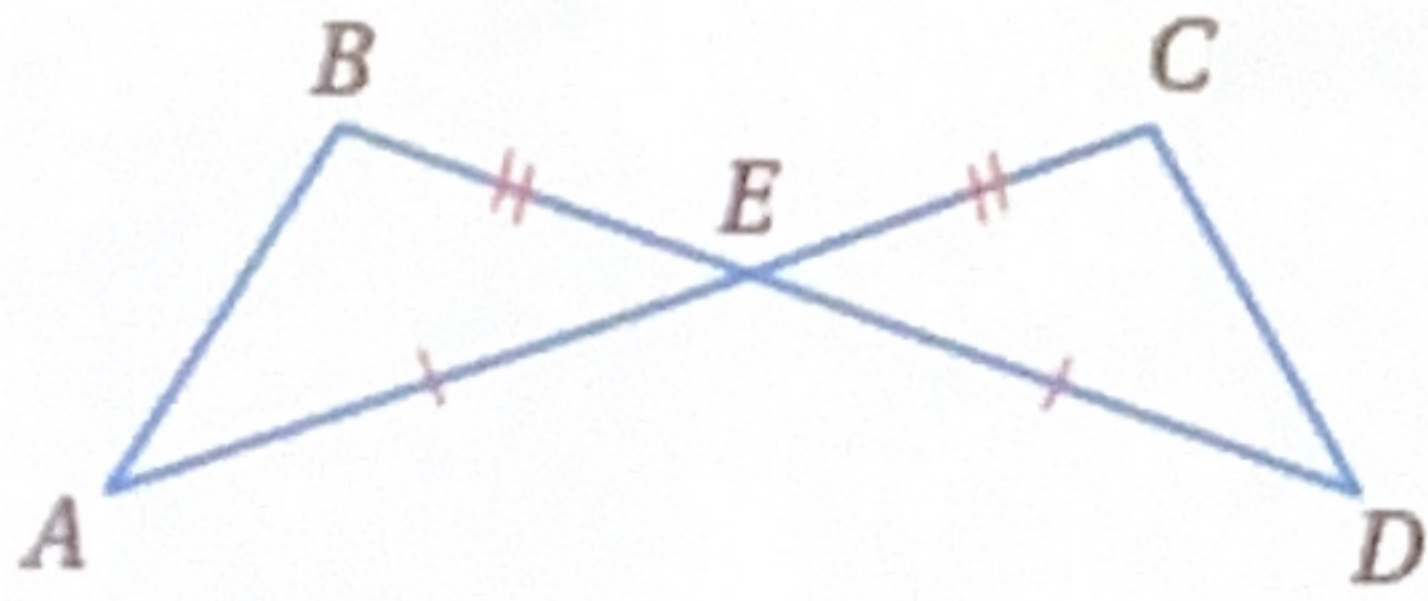
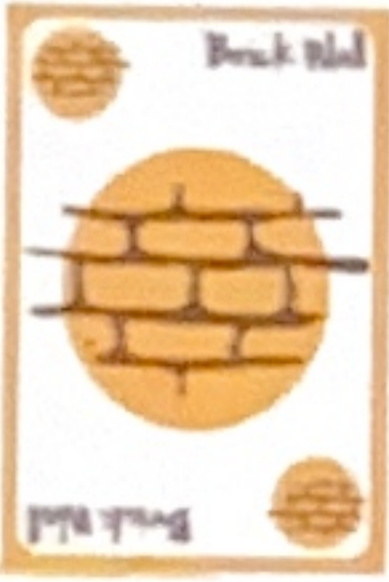


• **بالكلمات:** إذا تطابق ضلعان وزاوية المحصورة بينهما

في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. وتختصر هذه الحالة

بالرمز **SAS**، حيث إن الحرف **S** اختصار للكلمة الانجليزية (Side) وتعني ضلعًا، والحرف **A** اختصار للكلمة الانجليزية (Angle) وتعني زاوية.

• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\angle A \cong \angle R$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle RST$



أتحقق من فهمي:

أثبت أن $\triangle ABE$ و $\triangle DCE$ المبيّنين في الشكل المجاور متطابقان،

نلاحظ من الشكل أن:

$$\overline{ED} \cong \overline{EA} \text{ مغطى}$$

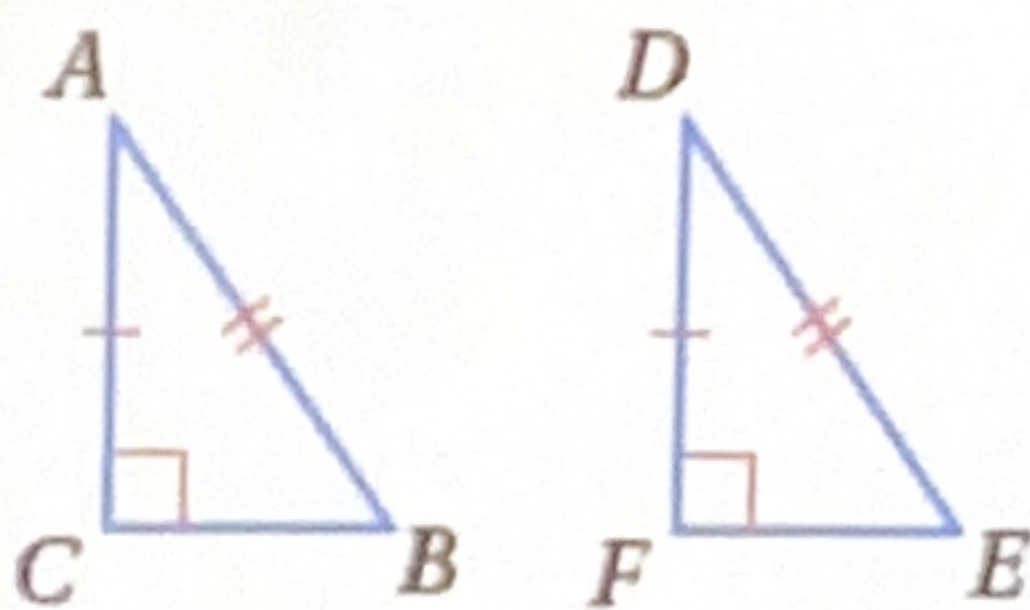
$$\overline{EB} \cong \overline{EC} \text{ مغطى}$$

زوايا متقابلتان بالأس $\angle BEA \cong \angle CED$

$\triangle AEB \cong \triangle DEC$ حسب SAS ←

تطابق المثلثات القائمة الزاوية بوتر وساق (HL)

نظرية



• **بالكلمات:** إذا طابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية وترًا وساقًا في

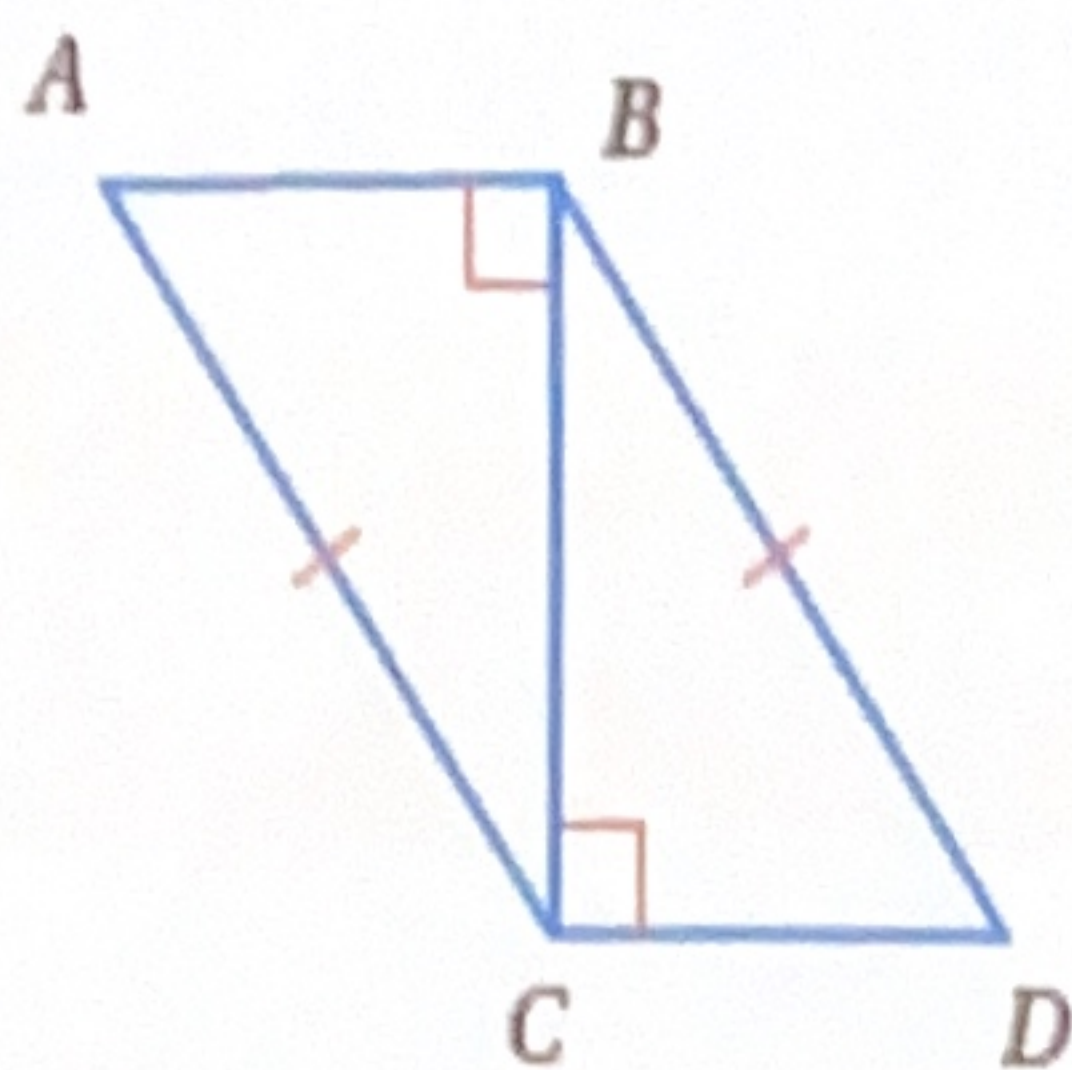
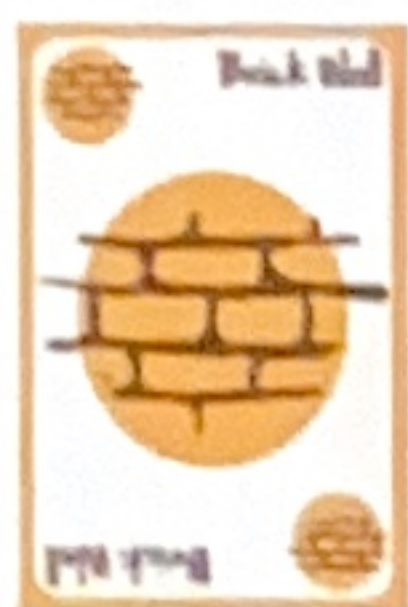
مثلث قائم آخر، فإن المثلثين متطابقان.

وتختصر هذه الحالة بالرمز **HL**، حيث إن الرمز **H** اختصار

للكلمة الانجليزية (Hypotenuse) وتعني وترًا، والحرف **L**

اختصار للكلمة الانجليزية (Leg) وتعني ساقًا.

• **بالرموز:** إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



$$\triangle ABC \cong \triangle DCB$$

• أثبت أن

لاحظ من الشكل أن:

$$\overline{AC} \cong \overline{BD} \text{ معطى}$$

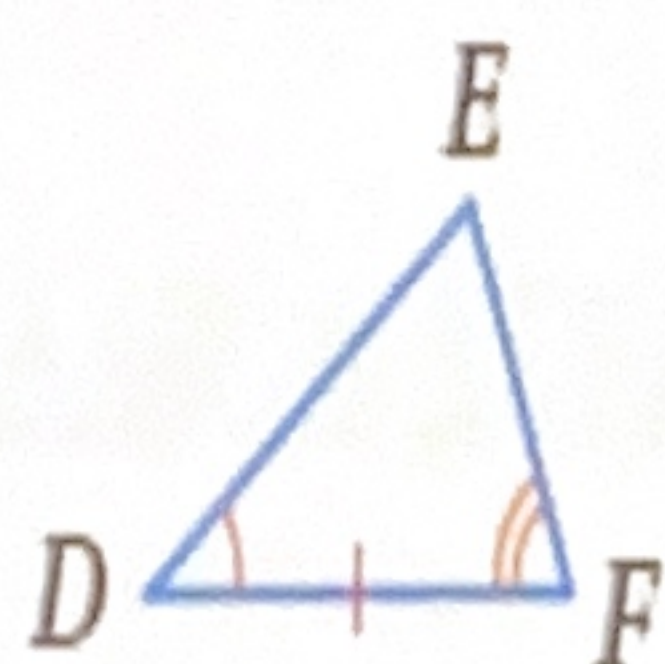
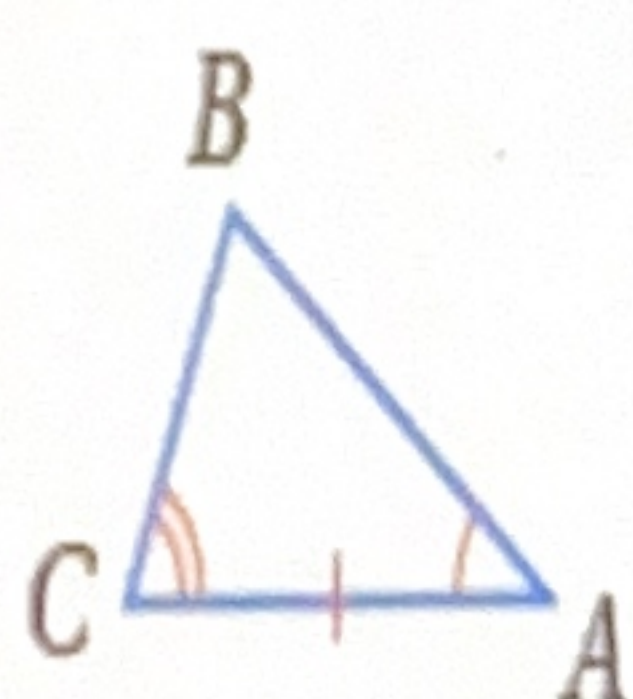
$$\angle DCB \cong \angle ABC \text{ قائمة}$$

ضلع مشترك BC

$$\triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ حسب HL}$$

التطابق بزائيتين وضلع محصور بينهما (ASA)

مسلمة

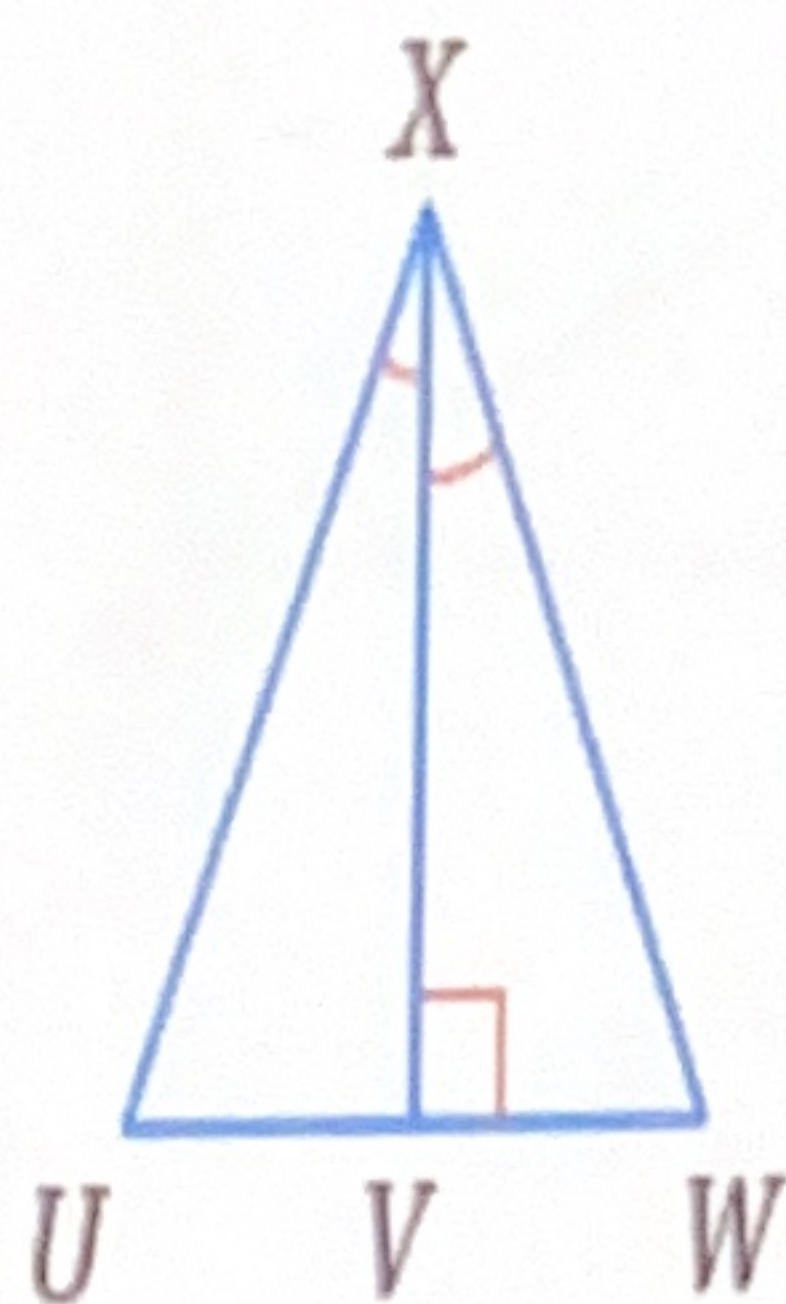


• بالكلمات: إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما

في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين

متطابقان وتختصر هذه الحالة بالرمز ASA.

• بالرموز: إذا كان: $\angle A \cong \angle D$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle C \cong \angle F$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



أتحقق من فهمي:

في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\angle UXV \cong \angle WXV$ ، فأثبت أن $\triangle UXV \cong \triangle WXV$

لاحظ من الشكل أن:

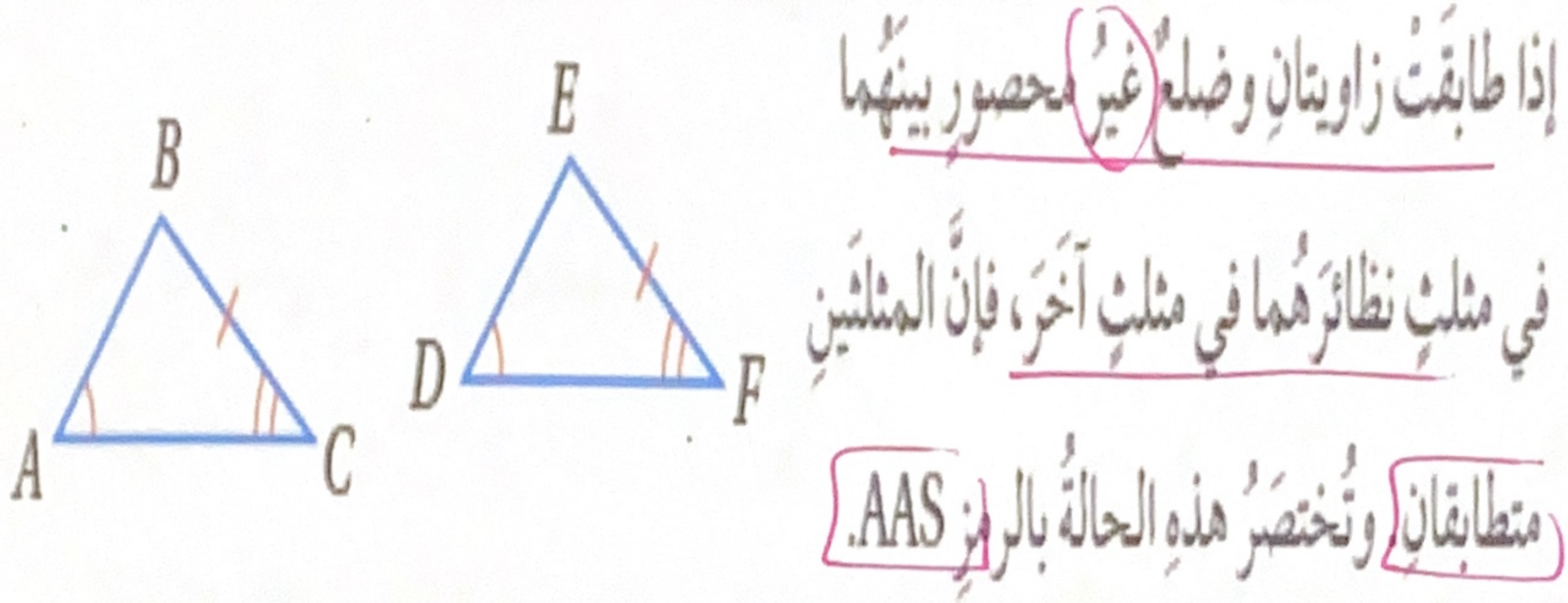
$$\angle UXV \cong \angle WXV \text{ معطى}$$

ضلع مشترك XV

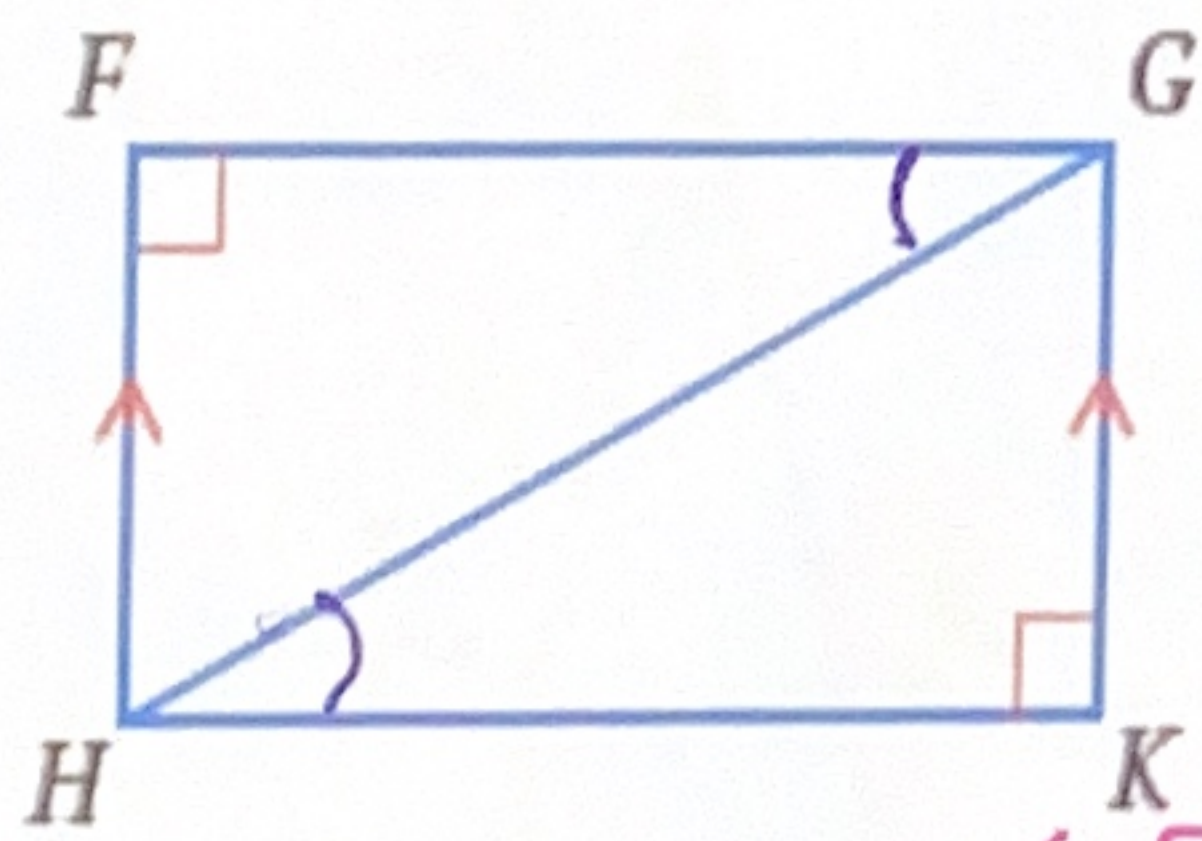
$$\angle WVX \cong \angle UVX \text{ قائمة}$$

$$\triangle UXV \cong \triangle WXV \leftarrow$$

حسب ASA



• بالرموز: إذا كان: $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



في الشكل المجاور، إذا علمت أن $\overline{HF} \parallel \overline{GK}$ وأن $\angle F$ و $\angle K$ زاويتان

قائمتان. نأبث أن $\triangle HFG \cong \triangle GKH$

نلاحظ من الشكل أن: قائمة $\angle F \cong \angle K$

بالتبادلية $\angle FGH \cong \angle GHK \rightarrow \overline{HF} \parallel \overline{GK}$ معطى

HG ضلع مشترك

$\triangle HFG \cong \triangle GKH$ حسب AAS

تعلمت طرائق عدة لإثبات تطابق المثلثات يمكن تلخيصها في الجدول الآتي:

إثبات تطابق المثلثات

ملخص المفهوم

SSS	SAS	HL (مثلث قائمة الزاوية فقط)	ASA	AAS
يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة.	يتطابق مثلثان إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر.	يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا طابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية وترًا وساقًا في مثلث قائم آخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر.



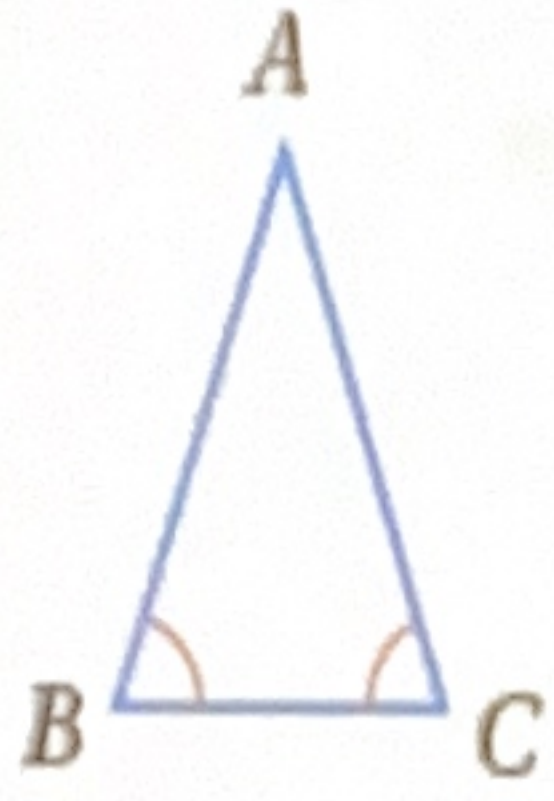
تعلمت سابقاً أن المثلث المتطابق الضلعين هو المثلث الذي فيه ضلعان متطابقان على الأقل.

إن لأجزاء المثلث المتطابق الضلعين أسماء خاصة، إذ يسمى الضلعان المتطابقان **الساقين** (legs)، وتسمى الزاوية التي ضلعاها الساقان **زاوية الرأس** (vertex angle)، ويسمى الضلع الثالث **القاعدة** (base). والزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان **زاويتي القاعدة** (base angles).



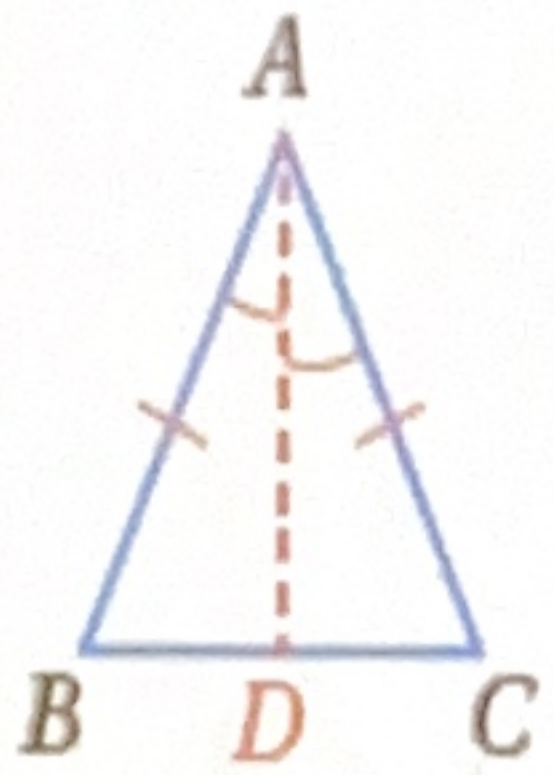
نظرية المثلث المتطابق الضلعين

- **بالكلمات:** إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ فإن $\angle B \cong \angle C$



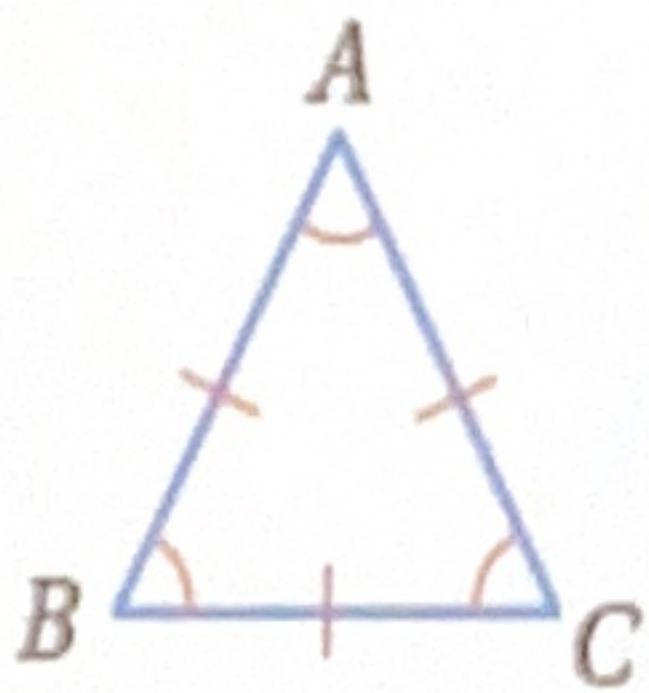
عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

- **بالكلمات:** إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقتان.
- **بالرموز:** إذا كان $\angle B \cong \angle C$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

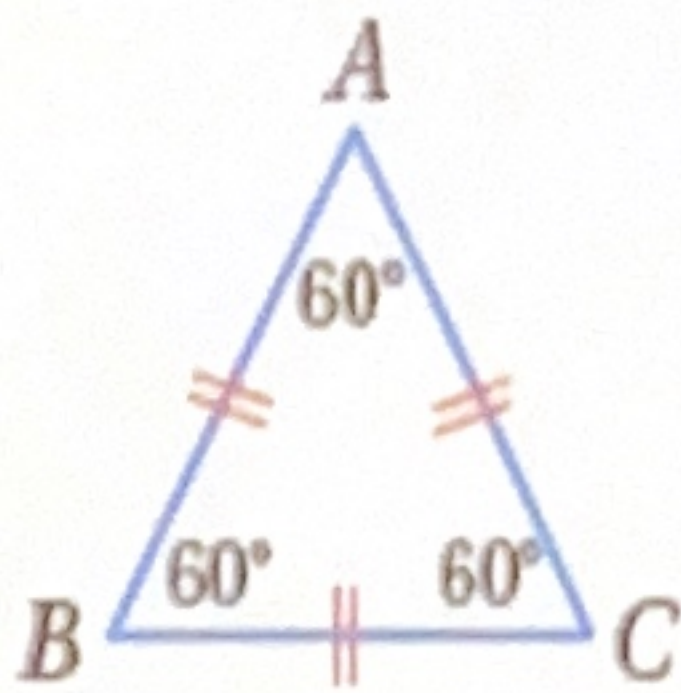


منصف زاوية الرأس

- **بالكلمات:** يكون منصف زاوية الرأس عمودياً على القاعدة، وينصفها.
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ و $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$ ، فإن $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BD}$

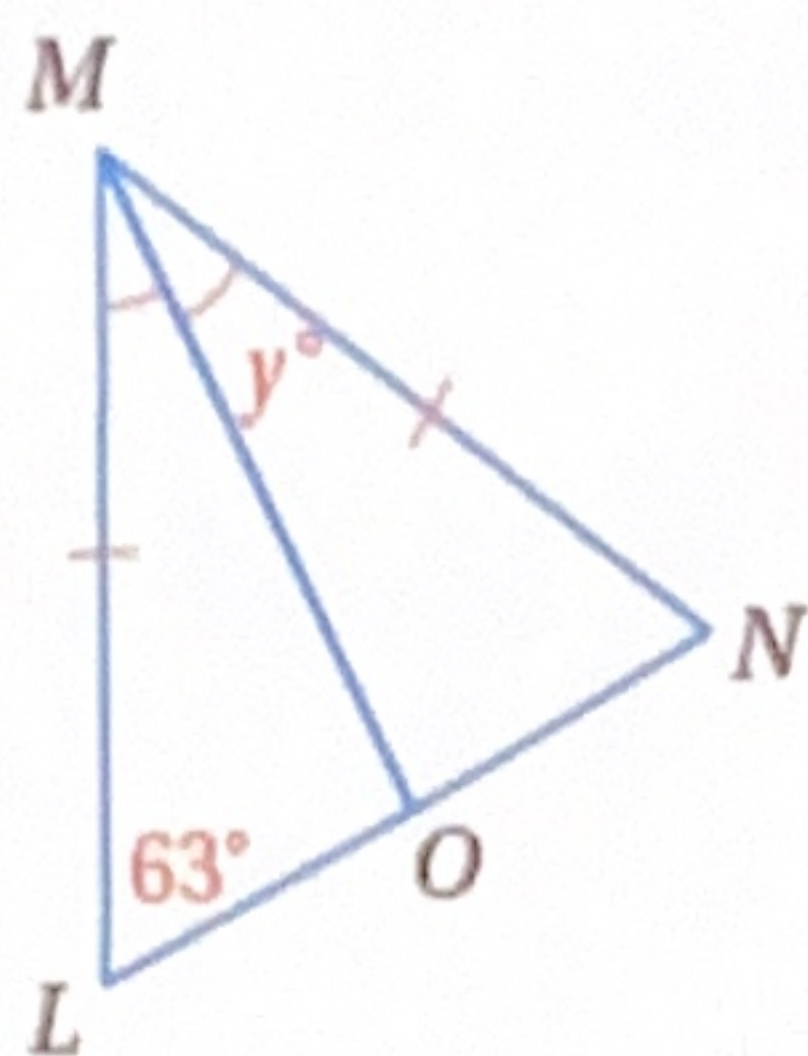


- **بالكلمات:** يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.
- **بالرموز:** $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ إذا وفقط إذا كان $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$



- **بالكلمات:** قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع 60°
- **بالرموز:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ فإن $\angle A \cong \angle B \cong \angle C = 60^\circ$

1 أجد قيمة y في الشكل المجاور.



بما أن $\angle NMO \cong \angle LMO$ إذن $\overline{MO}$ منصف لزاوية الرأس في مثلث متطابق الضلعين،
وبذلك فإن $\overline{MO} \perp \overline{LN}$ ومنه $m\angle MON = 90^\circ$.

وبما أن $\triangle MLN$ متطابق الضلعين، فإن $\angle N \cong \angle L$ ، ومنه فإن $m\angle N = 63^\circ$.

مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle N + m\angle MON + y^\circ = 180^\circ$$

$$63^\circ + 90^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$153^\circ + y^\circ = 180^\circ$$

$$y^\circ = 27^\circ$$

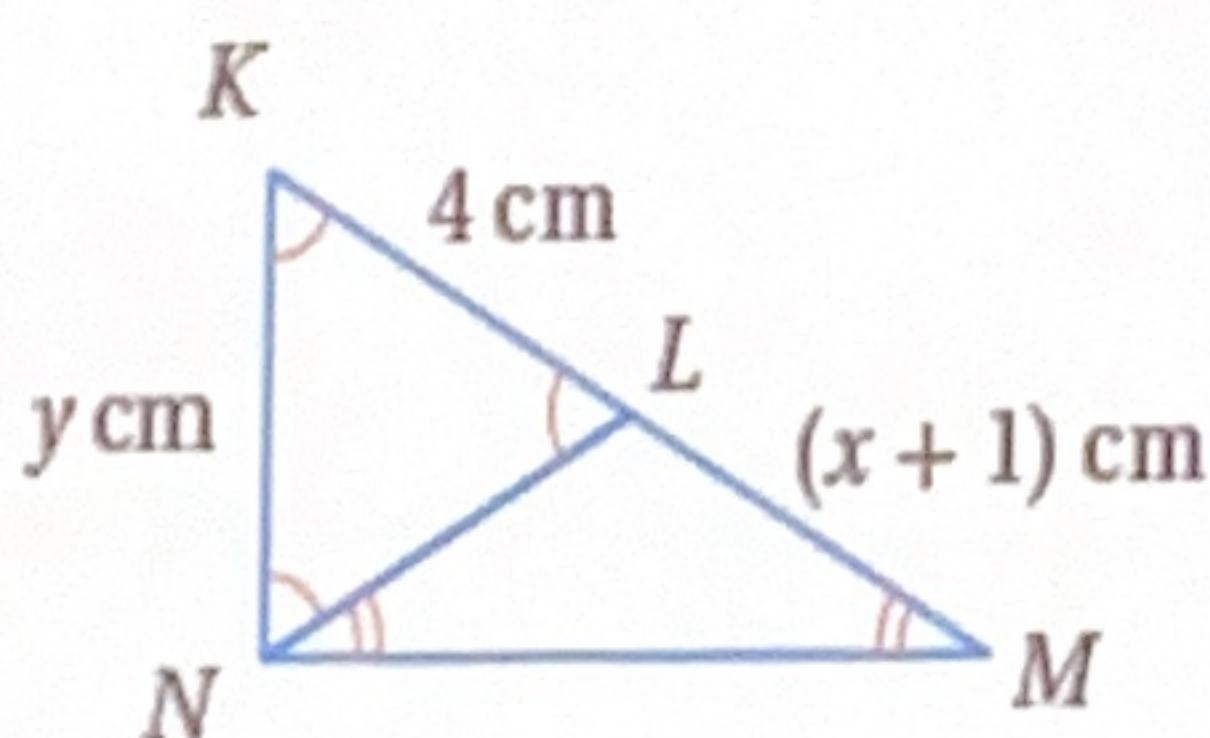
$$m\angle N = 63^\circ, m\angle MON = 90^\circ \text{ أعرض}$$

اجمع

أطرح 153° من طرفي المعادلة

إذن، قيمة y تساوي 27°

أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.



بما أن $\angle KNL \cong \angle LNM$ ، فإن $\triangle KLN \cong \triangle LNM$ متطابق الأضلاع،
ومنه فإن $y = 4 \text{ cm}$.

الخطوة 2 أجد قيمة x

بما أن $\angle LNM \cong \angle LMN$ ، فإن $\overline{LN} \cong \overline{LM}$ ، ومنه فإن $\triangle LMN$ متطابق الضلعين.

وبما أن $\triangle KLN$ متطابق الأضلاع، فإن $LN = 4$.

$$LN = LM$$

$$4 = x + 1$$

$$x = 3$$

قطعتان مستقيمتان متطابقتان

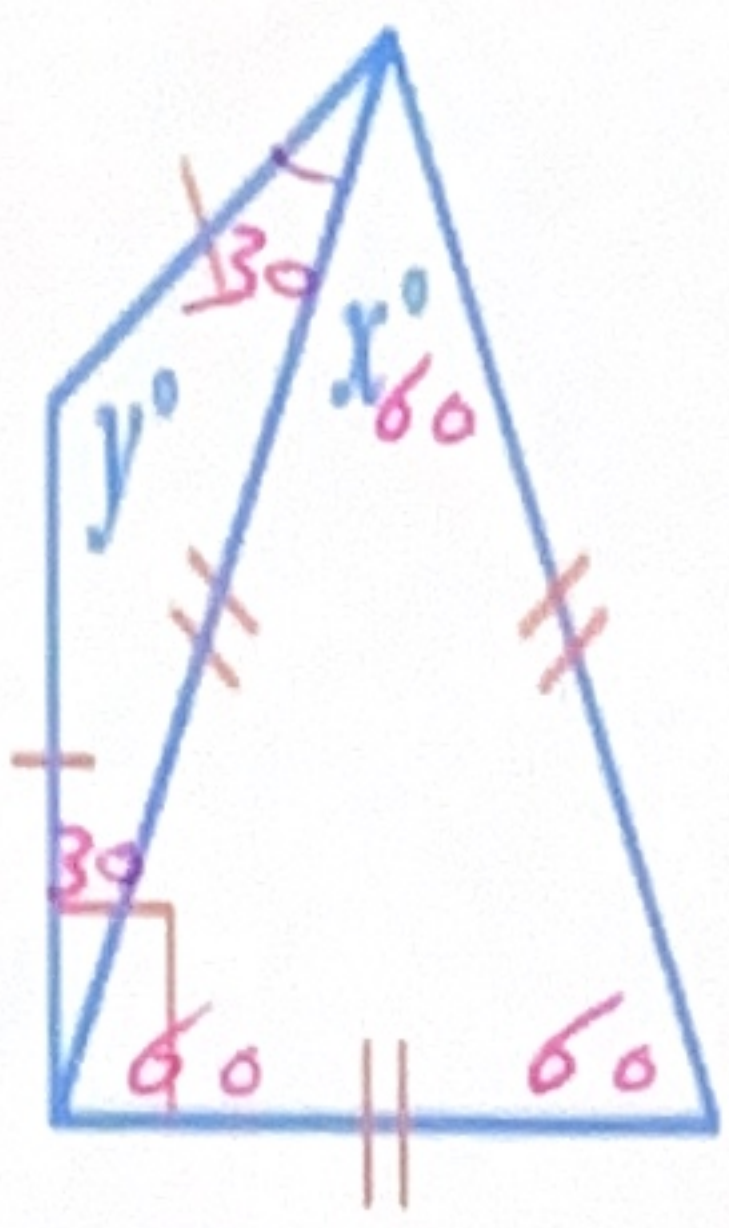
$$LN = 4, LM = x + 1 \text{ أعرض}$$

أطرح 1 من طرفي المعادلة

إذن، قيمة x تساوي 3 cm



أتحقق من فهمي:



أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.

بما أن المثلث متطابق الأضلاع إلى

$$x = 60^\circ$$

ومقياس جميع زواياه 60°

$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow \text{من الزاوية القائمة}$$

ويكون مقياس الزاوية الأخرى 30° { مثلث متطابق
الضلعين }

$$\Rightarrow y = 180 - 30 - 30 \Rightarrow y = 120^\circ$$

↓
مجموع مقياس زوايا المثلث

انتهت ورقة العمل

قسم الرياضيات