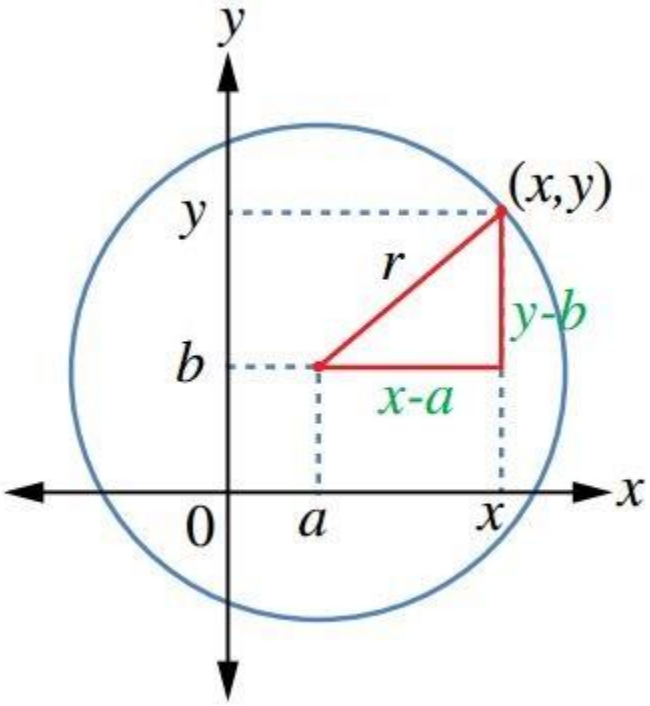
الدرس 4

معادلة الدائرة

هي علاقة تربط الاحداثي x والاحداثيy لكل نقطة تقع على الدائرة



مفهومٌ أساسيٌ

معادلةُ الدائرةِ

1. الصورةُ القياسيةُ لمعادلةِ الدائرةِ التي مركزُها النقطةُ (a,b)، وطولُ نصفِ قُطْرِها r، هيَ: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.
2. معادلةُ الدائرةِ التي مركزُها نقطةُ الأصلِ $(0,0)$، وطولُ نصفِ قُطْرِها r، هيَ: $x^2+y^2=r^2$

مثال: اكتب معادلة الدائرة في الحالات التالية

1) المركز(3 , 5) ونصف القطر =2 وحدة

2) مركزها (4- , 0) ونصف قطرها = 7

3) مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها = 4 وحدات

مثال: أَكتبُ معادلةَ الدائرةِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

1) المركزُ هوَ نقطةُ الأصلِ، وطولُ نصفِ قُطْرِها 7 وحداتٍ.

2) المركزُ هوَ النقطةُ $(3, -1)$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 5 وحداتٍ.

3) المركزُ هوَ النقطةُ $(-2, -3)$، وطولُ قُطْرِها 10 وحداتٍ.

تذكر:

مراجعةُ المفهومِ

طولُ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ النقطتيْنِ

إذا كانَ طولُ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ النقطتيْنِ $A(x_1, y_1)$، وَ $B(x_2, y_2)$، هوَ d فإنَّ:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

تذكر: احداثي المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

مثال: اكتب معادلة الدائرة في الحالات التالية

1) مركزها (2- , 1-) وتمر بالنقطة (1 , 3)

2) طرفي قطرها (5 , 4-) و (1- , 4)

مثال: أَجِدُ معادلةَ الدائرةِ المُعطى مركزُها وإحداثيّا نقطةٍ تمرُّ بها في كلٍّ ممّا يأتي:

1) المركزُ $(-1, 2)$، وتمرُّ بالنقطةِ $(5, 3)$.

2) المركزُ نقطةُ الأصلِ، وتمرُّ بالنقطةِ $(-9, -4)$.

إيجاد المركز ونصف القطر من خلال المعادلة المعطاه

مثال: جد المركز وطول نصف القطر للدوائر التالية

1) $(x-4)^2+(y+1)^2=16$

2) $x^2+(y-5)^2=7$

3) $x^2 + y^2 = 25$

مثال: أَجِدُ إحداثيَّيِ المركزِ، وطولَ نصفِ القُطْرِ لكلٍّ منَ الدوائرِ الآتيةِ:

1) $(x+5)^2 + (y-8)^2 = 36$

2) $(x-19)^2 + (y-33)^2 = 400$

3) $x^2 + (y+4)^2 = 45$

4) $(x-3)^2 + (y+10)^2 = 28$

مثال: أجدُ إحداثيَّيِ المركزِ وطولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ التي معادلتُها: $(2x-4)^2+(2y+6)^2=100$

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$$x^2+y^2+2fx+2gy+c=0$$

ملاحظات مهمة

1) يجب وجود x تربيع و y تربيع

2) يجب ان يكون معامل xتربيع = معامل y تربيع

3) نجد المركز (- معامل y÷ 2 , - معامل x÷ 2) = (a,b)

4) نجد نصف القطر من

$$r=\sqrt{a^2+b^2-c}$$

5) اذاكان $a^2+b^2-c\le 0$ **(سالب) فإن المعادلة ليست معادلة دائرة**

مثال: جد المركز ونصف القطر للدوائر التالية

1) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$

2) $2x^2 + 2y^2 + 8x + 4y = 2$

3) $x^2 + y^2 - 12y = 0$

مثال: أَجِدُ إحداثيَّي المركزِ، وطولَ نصفِ القُطْرِ لكلٍّ منَ الدوائرِ الآتيةِ:

1) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0$

2) $x^2 + y^2 + 8x = 9$

3) $2x^2 + 2y^2 + 20x + 36y + 158 = 0$

4) $x^2 + y^2 - 18x + 14y = 14$

مثال: أي من المعادلات التالية تمثل معادلة دائرة

1) $x^2 + 2x - 3y + 5 = 0$

2) $x^2 + +2y^2 - 4x + 8y - 3 = 0$

3) $x^2 + y^2 - 10x + 4y - 2 = 0$

4) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = -7$

ملاحظة: المماس يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط غير ذلك لا يكون مماس

مثال: أُثبِتُ أنَّ المستقيمَ $y = x + 5$ هوَ مماسٌّ للدائرةِ التي معادلتُها $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$

مثال: جد طول المماس المرسوم من النقطة (4 , 3) والذي يمس الدائرة التي معادلتها

$$(x+1)^2+(y-1)^2=9$$

مثال: جد بعد مركز الدائرة التي معادلتها

$$x^2+y^2+4x+gy=12$$

عن نقطة الاصل علماً بإن طول نصف قطرها =5 وحدات

مثال: تُمثِّلُ النقطتانِ $D\ (2, 9)$، وَ $E\ (14, -7)$ نهايتَيْ قُطْرٍ لدائرةٍ مركزُها C:

1) أَجِدُ إحداثيَّيِ المركزِ C.

2) أَجِدُ طولَ نصفِ القُطْرِ.

3) أَكتبُ معادلةَ الدائرةِ.

4) أُثبِتُ أنَّ المستقيمَ $y = 3x - 2$ هوَ مماسٌّ للدائرةِ التي معادلتُها: $x^2 + y^2 + 4x - 24y + 108 = 0$.

5) رُسِمَ مماسٌّ منَ النقطةِ $P\ (8, 5)$ للدائرةِ التي معادلتُها: $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 75 = 0$. أَجِدُ طولَ القطعةِ المستقيمةِ التي تصلُ النقطةَ P بنقطةِ التَّماسِّ.