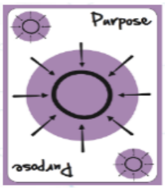
ورقة عمل رقم (9) /الزوايا والمضلعات

الاسم:		المادة:	الرياضيات
الصف:	السابع	التاريخ:	/11/2025

الهدف:- التعرف إلى العلاقات بين الزوايا والناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين .

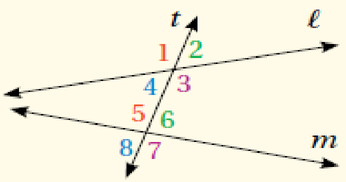
-أبرر العلاقات بين الزاويا الداخلية والزوايا الخارجية في المثلث.

-أجد مجموع قياسات زوايا مضلع معطى.



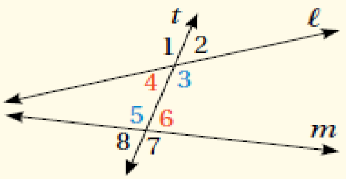
مفهومٌ أساسيٌّ — أزواجُ الزوايا الناتجةُ منَ القاطعِ

الزاويتانِ المُتناظِرتانِ (corresponding angles)
هما زاويتانِ غيرُ متجاورتيْنِ تقعانِ في جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ، وتكونُ إحداهُما داخليةً، والأُخرى خارجيةً.



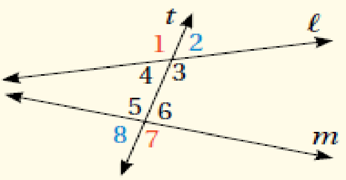
$\angle 1$ و $\angle 5$
$\angle 4$ و $\angle 8$
$\angle 2$ و $\angle 6$
$\angle 3$ و $\angle 7$

الزاويتانِ المُتبادَلتانِ داخليًّا (alternate interior angles)
هما زاويتانِ غيرُ متجاورتيْنِ، تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ، وفي جهتيْنِ مختلفتيْنِ منَ القاطعِ.



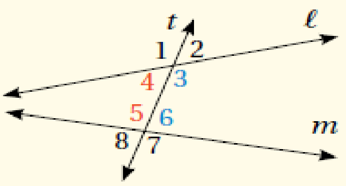
$\angle 4$ و $\angle 6$
$\angle 3$ و $\angle 5$

الزاويتانِ المُتبادَلتانِ خارجيًّا (alternate exterior angles)
هما زاويتانِ غيرُ متجاورتيْنِ تقعانِ في المنطقةِ الخارجيةِ، وفي جهتيْنِ مختلفتيْنِ منَ القاطعِ.



$\angle 1$ و $\angle 7$
$\angle 2$ و $\angle 8$

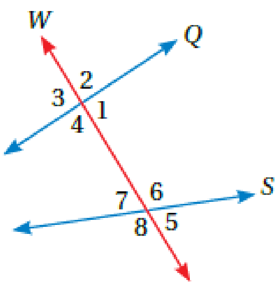
الزاويتانِ الداخليتانِ في جهةٍ واحدةٍ (same side interior angles)
هما زاويتانِ تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ، وفي جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ.



$\angle 4$ و $\angle 5$
$\angle 3$ و $\angle 6$

مثال 2

اختيارٌ منْ مُتعدِّدٍ: في الشكلِ المجاورِ أيُّ أزواجِ الزوايا الآتيةِ متناظرةٌ؟



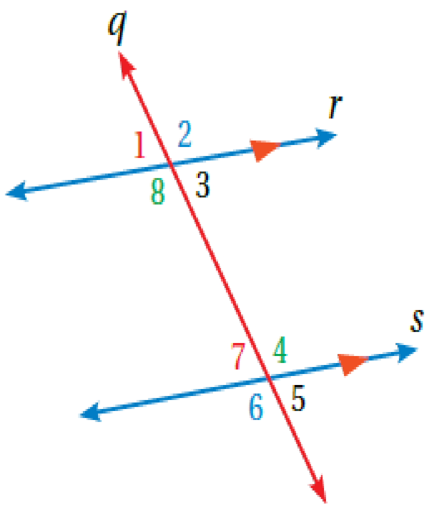
a) $\angle 1, \angle 7$ **b)** $\angle 2, \angle 6$

c) $\angle 3, \angle 5$ **d)** $\angle 4, \angle 7$

أتحقَّقُ منْ فهمي: اختيارٌ مِنْ مُتعدِّدٍ: في الشكلِ السابقِ، أيُّ أزواجِ الزوايا الآتيةِ مُتبادَلتانِ داخليًّا؟

a) $\angle 1, \angle 6$ **b)** $\angle 3, \angle 7$ **c)** $\angle 3, \angle 5$ **d)** $\angle 1, \angle 7$

إذا قَطعَ مستقيمٌ مستقيمينِ متوازيينِ، وعُرِفَ قياسُ إحدى الزوايا الثماني، فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ قياساتِ الزوايا الأخرى عنْ طريقِ العلاقاتِ الآتيةِ:



- كلُّ زاويتينِ متناظرتينِ لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$m\angle 1 = m\angle 7$

- كلُّ زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$m\angle 4 = m\angle 8$

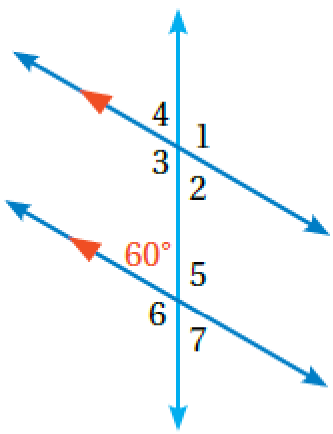
- كلُّ زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$m\angle 2 = m\angle 6$

- كلُّ زاويتينِ داخليَّتينِ في جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ تتكاملانِ، ومجموعُ قياسيهِما $180°$ (وتُسمَّيانِ زاويتيْنِ متحالِفتيْنِ).

$m\angle 7 + m\angle 8 = 180°$

في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:



12 $m\angle 3$ **13** $m\angle 5$

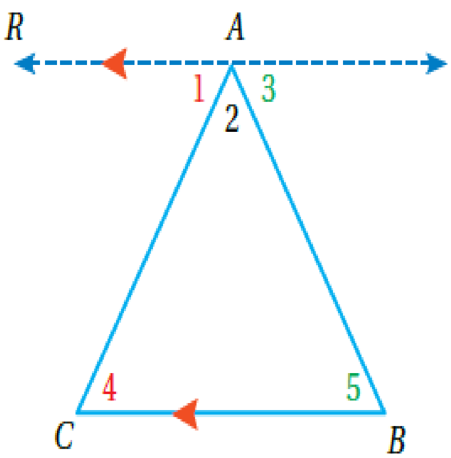
14 $m\angle 4$ **15** $m\angle 2$

16 $m\angle 1$ **17** $m\angle 6$

زوايا المثلث

يُشـكِّلُ كلُّ ضِلْعينِ في مثلّثٍ زاويةً داخليةً (interior angle)، ومجموعُ قياسـاتِ هذهِ الزوايا الداخليةِ الثلاثِ يسـاوي 180°؛ أتحقّقُ منْ ذلكَ باستعمالِ ما تعلَّمْتُهُ عنِ الزوايا الناتجةِ منْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ.

عندَ رَسْمِ المستقيمِ $\overleftrightarrow{AR}$ الذي يوازي ضلعَ المثلّثِ $\overline{CB}$، نلاحظُ ما يأتي:



زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا $m\angle 1 = m\angle 4$

زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا $m\angle 3 = m\angle 5$

زوايا متجاورةٌ على مستقيمٍ $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$

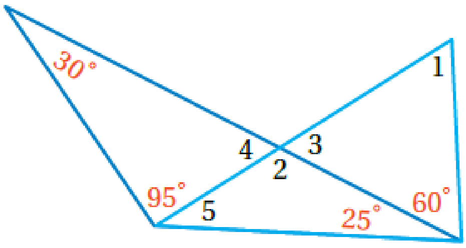
أُعوِّضُ عنِ الزاويةِ $m\angle 1$ بـ $m\angle 4$ وَ $m\angle 3$ بـ $m\angle 5$ $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180°$

إذنْ، مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليّةِ هوَ 180°

أتعلّمُ

أتحقّقُ منْ أنَّ مجموعَ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليّةِ هوَ 180° باستعمالِ المنقلةِ.

مثال 1 معتمدًا الشكلَ المجاورَ، أجدُ كلًّا ممّا يأتي:



1 $m\angle 4$

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ $30°+95°+m\angle 4=180°$

أجمعُ $125°+m\angle 4=180°$

أطرحُ $125°$ $m\angle 4=55°$

2 $m\angle 2$

زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ $m\angle 2+m\angle 4=180°$

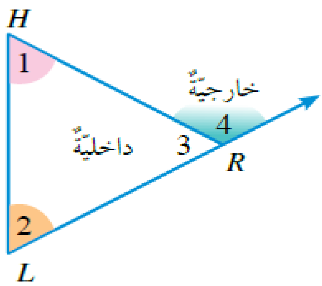
أعوِّضُ $m\angle 4$ $m\angle 2+55°=180°$

أطرحُ $55°$ $m\angle 2=125°$

أتحقّقُ مِنْ فهمي:

5 $m\angle 1$ **4** $m\angle 3$ **3** $m\angle 5$

الزاويةُ الخارجيّةُ (exterior angle) للمثلثِ هيَ الزاويةُ الّتي تتشــكّلُ مِنْ أحدِ أضلاعِ المثلّثِ وامتدادِ الضّلعِ المجاورِ له، وقياسُ أيِّ زاويةٍ خارجيةٍ في المثلثِ يساوي مجموعَ قياسَي الزاويتينِ الداخليتَيْنِ البعيدَتَيْنِ.



في الرسمِ المجاورِ، $\angle 4$ خارجيةٌ للمثلثِ؛ ولذلكَ $m\angle 4=m\angle 1+m\angle 2$

أتحقَّقُ مِنْ ذلكَ عنْ طريقِ ما تعلَّمْتُهُ عنْ حقائقِ الزوايا.

في المثلّثِ $\triangle HRL$:

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ $m\angle 1+m\angle 2+m\angle 3=180°$

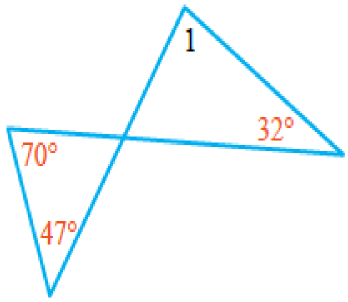
زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ $m\angle 4+m\angle 3=180°$

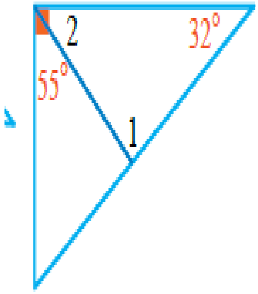
أعوِّضُ $m\angle 4+m\angle 3=m\angle 1+m\angle 2+m\angle 3$

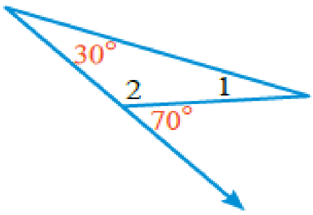
أطرحُ $m\angle 3$ مِنَ الطرفينِ $m\angle 4=m\angle 1+m\angle 2$

يمكنُني استخدامُ خاصيةِ الزاويةِ الخارجيةِ للمثلثِ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

أجدُ قياساتِ الزوايا المرقَّمةِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:







زوايا المضلع

الزاويةُ الداخليةُ لمضلّعٍ هيَ الزاويــةُ الناتجةُ منَ التقاءِ ضِلْعينِ متجاورينِ في المضلّعِ، وتقعُ داخلَهُ، ومـجموعُ قياسـاتِ الزوايا الداخلية (S) لمضلّعٍ هوَ $S = (n - 2) \times 180°$ ، حيثُ n تمثّلُ عددَ الأضلاعِ.

لغةُ الرياضياتِ

يُسمّى المضلَّعُ بحسبِ عددِ أضلاعِهِ؛ فالمضلَّعُ الذي لهُ سبعةُ أضلاعٍ يسمّى مضلعًا سُباعيًّا، والمضلّعُ الذي لهُ تسعةُ أضلاعٍ يسمّى تُساعيًّا.

مثال 1

أجدُ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليةِ لكلِّ مُضلَّعٍ ممّا يأتي:

1 السُّباعيُّ:

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ الداخليةِ $S = (n - 2) \times 180°$

أعوِّضُ $n = 7$ $S = (7 - 2) \times 180°$

أُبسِّطُ $S = (5) \times 180° = 900°$

اتحقق من فهمي:

3 التُّساعيُّ.

4 ذو أربعةَ عشرَ ضِلْعًا.

5 ذو ثمانيةَ عشرَ ضِلْعًا.

أجدُ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليّةِ للمضلَّعِ المُعطى عددُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 11 ضلعًا.

2 13 ضلعًا.

3 20 ضلعًا.

4 32 ضلعًا.

انتهت ورقة العمل

قسم الرياضيات