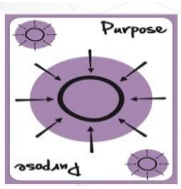
مدرسة بطريركيّة الرّوم الأرثوذكس المقدسيّة
الثّانوية- مأدبا

ورقة عمل رقم (7) / المعادلات الخطية بمتغيرين

الاسم:		المادة:	الرياضيات
الصف:	الثامن	التاريخ:	/11/2025



أهداف ورقة العمل :

-كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

-كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

-كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيما معلومًا .

-كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيما معلومًا .

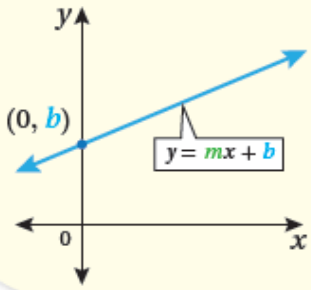
معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ

مفهومٌ أساسيٌّ — **صيغةُ المَيلِ والمقطعِ**

- **بالكلماتِ:** صيغةُ الميلِ والمقطعِ للمعادلةِ الخطّيّةِ هيَ: $y = mx + b$، حيثُ m مَيلُ المستقيمِ، وb المقطعُ y لهُ.
- **بالرموزِ:**

$$y = mx + b$$

(m: الميلُ، b: المقطعُ y)



مثال 1

1 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه $\frac{4}{5}$ والمقطعُ y لهُ -7 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

أعوّضُ المَيلَ والمقطعَ y في صيغةِ المَيلِ والمقطعِ

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

$y = mx + b$

أُعوّضُ $m = \frac{4}{5}$, $b = -7$

$y = \frac{4}{5}x + (-7)$

أُبسّطُ

$y = \frac{4}{5}x - 7$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = \frac{4}{5}x - 7$

4 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه 5 والمقطعُ y لهُ -2 بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

مثال 2

2 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(1, 5)$ وميلُه 2 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

الخُطوةُ 1 أستعملُ الميلَ وإحداثيَّي النقطةِ لإيجادِ قيمةِ b .

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ	$y = mx + b$
أعوّضُ $m = 2, y = 5, x = 1$	$5 = 2(1) + b$
أُبسّطُ	$5 = 2 + b$
أَطرحُ 2 منْ كلا الطرفينِ	$5 - 2 = 2 + b - 2$
أُبسّطُ	$3 = b$

الخُطوةُ 2 أعوّضُ الميلَ والمقطعَ y في صيغةِ الميلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ	$y = mx + b$
أعوّضُ $m = 2 \ , b = 3$	$y = 2x + 3$

5 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-1, 0)$ وميلُه $\frac{1}{3}$ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ **(2, 1)** و **(5, −8)** بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

الخُطْوَةُ 1 أستعملُ النقطتينِ في إيجادِ المَيلِ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(2, 1)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(5, -8)$ $= \frac{-8 - 1}{5 - 2}$

أبسّطُ $= \frac{-9}{3} = -3$

إذنْ، الميلُ -3

الخُطْوَةُ 2 أستعملُ الميلَ وإحداثيَّي إحدى النقطتينِ لإيجادِ قيمةِ b

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أعوّضُ $m = -3, y = 1, x = 2$ $1 = -3(2) + b$

أبسّطُ $1 = -6 + b$

أجمعُ 6 إلى الطرفينِ $1 + 6 = -6 + b + 6$

أبسّطُ $7 = b$

إذنْ، فالمقطعُ y هو 7

الخُطْوَةُ 3 أعوّضُ المَيلَ والمقطعَ y في صيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أعوّضُ $m = -3, b = 7$ $y = -3x + 7$

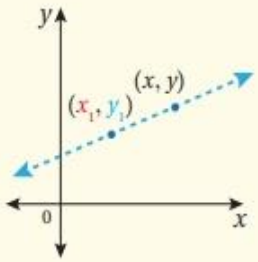
إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = -3x + 7$

6 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ **(0, −4)** و **(−2, 6)** بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

مفهومٌ أساسيٌّ — صيغةُ الميلِ ونقطةٍ

- **بالكلماتِ:** صيغةُ الميلِ ونقطةٍ للمعادلةِ الخطّيّةِ هيَ: $y-y_1=m(x-x_1)$، حيثُ m ميلُ المستقيمِ، و(x_1, y_1) نقطةٌ مُعطاةٌ.
- **بالرموزِ:**



$$y-y_1=m(x-x_1)$$

الميلُ — نقطةٌ مُعطاةٌ

مثال 1

1 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-3, 6)$ وميلُه -5 بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

أعوّضُ الميلَ والنقطةَ المُعْطاةَ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ — $y-y_1=m(x-x_1)$

أعوّضُ $m=-5, (x_1, y_1)=(-3, 6)$ — $y-6=-5(x-(-3))$

أبسّطُ — $y-6=-5(x+3)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y-6=-5(x+3)$

2 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(-3, 5)$ و $(9, 21)$ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

الخُطوةُ 1 أستعملُ النقطتينِ في إيجادِ الميلِ.

صيغةُ الميلِ — $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(-3, 5)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(9, 21)$ — $=\frac{21-5}{9-(-3)}$

أبسّطُ — $=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$

إذنْ، الميلُ $\frac{4}{3}$

الخُطوةُ 2 أعوّضُ الميلَ وإحداثياتِ إحدى النقطتينِ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ — $y-y_1=m(x-x_1)$

أعوّضُ $m=\frac{4}{3}, (x_1, y_1)=(9, 21)$ — $y-21=\frac{4}{3}(x-9)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y-21=\frac{4}{3}(x-9)$

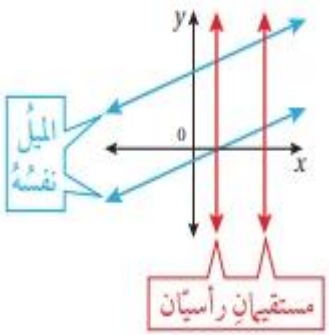
أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المُعْطاةِ والمعلومِ ميلُه m في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

1. $(4, -3), m = \frac{3}{4}$
2. $(-2, -7), m = -5$

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

3. $(3, 7), (-3, 5)$
4. $(-1, 8), (9, -6)$
5. $(-1, 6), (-3, 10)$



يُسمّى المستقيمانِ الواقعانِ في المستوى نفسِه ولا يقطعُ أحدُهُما الآخرَ **مستقيمينِ متوازيينِ** (parallel lines)، ويكونُ لهُما الميلُ نفسُه. والمستقيماتُ الرأسيةُ جميعُها متوازيةٌ.

1 أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-2, 5)$ والموازي للمستقيمِ $y = \frac{3}{2}x - 7$.

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ $y = \frac{3}{2}x - 7$ هوَ $\frac{3}{2}$

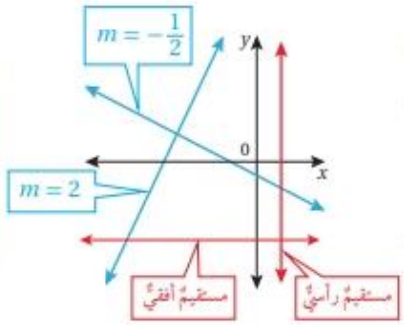
الخُطوةُ 2 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ باستعمالِ الميلِ والنقطةِ المُعْطاةِ.

أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ	$y - y_1 = m(x - x_1)$
أعوّضُ $m = \frac{3}{2}$, $(x_1, y_1) = (-2, 5)$	$y - 5 = \frac{3}{2}(x - (-2))$
أبسّطُ	$y - 5 = \frac{3}{2}(x + 2)$
خاصيّةُ التوزيعِ	$y - 5 = \frac{3}{2}x + 3$
أجمعُ 5 إلى الطرفينِ	$y - 5 + 5 = \frac{3}{2}x + 3 + 5$
أبسّطُ	$y = \frac{3}{2}x + 8$

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(3, -1)$ والموازي للمستقيمِ $y = 2x + 5$.

يُسَمّى المستقيمانِ اللذانِ يتقاطعانِ مُكوِّنَينِ زوايا قوائمَ **مستقيمينِ متعامدينِ** (perpendicular lines). ويكونُ ميلُ أحدِهِما **معكوسَ مقلوبٍ** (opposite reciprocals) مَيلِ الآخرِ، وهذا يعني أنَّ حاصلَ ضربِ مَيْلَيْهِما يساوي 1− والمستقيماتُ الرأسيّةُ والأفقيّةُ متعامِدةٌ.



أتعلّمُ

$\frac{3}{4}$ معكوسُ مقلوبِ $-\frac{4}{3}$ لأنَّ:

$\frac{3}{4}\times-\frac{4}{3}=-1$

مثال 2

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(4, 0)$ والعموديِّ على المستقيمِ $4y=-8x+1$

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

لإيجادِ ميلِ المستقيمِ المُعْطى أحتاجُ إلى كتابةِ المعادلةِ بصورةِ الميلِ والمقطعِ.

معادلةُ المستقيمِ المُعْطى $4y=-8x+1$

أقسمُ طَرَفَي المعادلةِ على 4 $\frac{4y}{4}=\frac{-8x}{4}+\frac{1}{4}$

أبسّطُ $y=-2x+\frac{1}{4}$

ميلُ المستقيمِ $y=-2x+\frac{1}{4}$ هوَ -2

الخُطوةُ 2 أجدُ ميلَ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى يساوي معكوسَ مقلوبِ العددِ 2− ؛ أيْ $\frac{1}{2}$

الخُطوةُ 3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ العموديِّ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ $y-y_1=m(x-x_1)$

أعوّضُ $m=\frac{1}{2}, (x_1, y_1)=(4, 0)$ $y-0=\frac{1}{2}(x-4)$

أبسّطُ $y=\frac{1}{2}(x-4)$

خاصيّةُ التوزيعِ $y=\frac{1}{2}x-2$

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(1, 8)$ والمُعامِدِ للمستقيمِ $3y-9x=12$.

- **يمكن تحديد ما اذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك من خلال الميل .**

أمثلة :

1 أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $-3x + 4y = 32$ و $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ.

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ.

- ميلُ المستقيمِ $-3x + 4y = 32$

معادلةُ المستقيمِ المُعْطى	$-3x + 4y = 32$
أجمعُ $3x$ إلى كِلا الطَّرَفينِ	$-3x + 4y + 3x = 32 + 3x$
أقسمُ طَرَفَي المعادلةِ على 4	$\frac{4y}{4} = \frac{3x}{4} + \frac{32}{4}$
أبسّطُ	$y = \frac{3}{4}x + 8$

إذنْ، ميلُ المستقيمِ $-3x + 4y = 32$ يساوي $\frac{3}{4}$

- ميلُ المستقيمِ $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ يساوي $\frac{3}{4}$

الخُطوةُ 2 أحدّدُ العلاقةَ بينَ المستقيمينِ.

بما أنَّ ميلَي المستقيمَينِ متساويانِ، إذنْ، فالمستقيمانِ متوازيانِ.

2 أحدّدُ ما إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامِدينِ أو غيرَ ذلكَ، حيثُ $A(1, 1), B(-1, -5), C(3, 2), D(6, 1)$

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ.

- مَيلُ $\overleftrightarrow{AB}$

صيغةُ الميلِ	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(1, 1)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(-1, -5)$	$= \frac{-5 - 1}{-1 - 1}$
أبسّطُ	$= \frac{-6}{-2} = 3$

مَيلُ $\overleftrightarrow{CD}$

صيغةُ الميلِ	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(3, 2)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(6, 1)$	$= \frac{1 - 2}{6 - 3}$
أبسّطُ	$= -\frac{1}{3}$

أتحققُ من فهمي:

أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $2x + y = 7$ و $y - 2x = 3$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ.

أحدّدُ ما إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ، حيثُ $A(3, 6), B(-9, 2), C(5, 4), D(2, 3)$

انتهت ورقة العمل

قسم الرياضيات