مدرسة بطريركيّة الرّوم الأرثوذكس المقدسيّة
الثّانوية- مأدبا

ورقة عمل رقم (7) / المعادلات الخطية بمتغيرين

الاسم:		المادة:	الرياضيات
الصف:	الثامن	التاريخ:	/11/2025

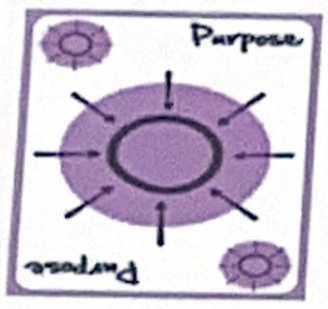
أهداف ورقة العمل :

-كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

-كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

-كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيما معلومًا .

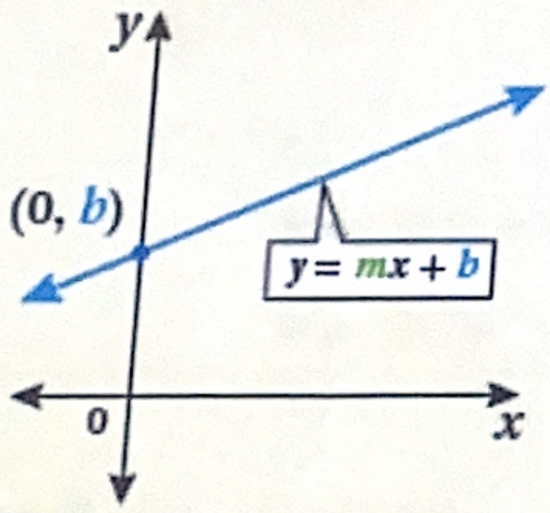
-كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيما معلومًا .



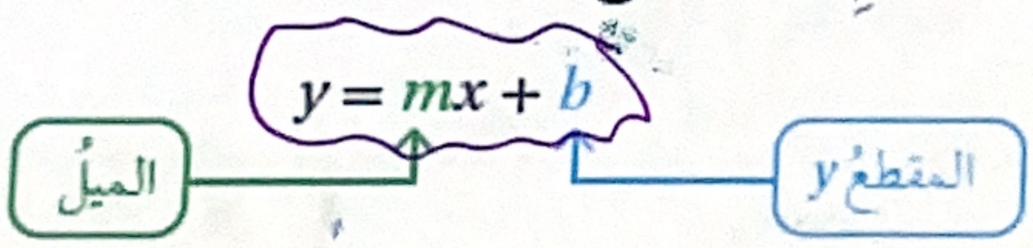
معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ

مفهومٌ أساسيٌّ — صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

- **بالكلماتِ:** صيغةُ الميلِ والمقطعِ للمعادلةِ الخطّيّةِ هيَ: $y = mx + b$،
حيثُ m مَيلُ المستقيمِ، وb المقطعُ y لهُ.



- **بالرموزِ:**



مثال 1

1 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه $\frac{4}{5}$ والمقطعُ y لهُ -7 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

أعوّضُ المَيلَ والمقطعَ y في صيغةِ المَيلِ والمقطعِ

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ	$y = mx + b$
أعوّضُ $m = \frac{4}{5}, b = -7$	$y = \frac{4}{5}x + (-7)$
أُبسّطُ	$y = \frac{4}{5}x - 7$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = \frac{4}{5}x - 7$

4 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه 5 والمقطعُ لهُ 2− بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

b m

$y = mx + b$

$y = 5x + (-2)$

$y = 5x - 2$

مثال 2

2 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(1, 5)$ وميلُه 2 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

x y

الخُطوَةُ 1 أستعملُ الميلَ وإحداثيَّي النقطةِ لإيجادِ قيمةِ b .

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ — $y = mx + b$

أعوّضُ $m = 2, y = 5, x = 1$ — $5 = 2(1) + b$

أُبسّطُ — $5 = 2 + b$

أَطرحُ 2 منْ كلا الطرفينِ — $5 - 2 = 2 + b - 2$

أُبسّطُ — $3 = b$

الخُطوَةُ 2 أعوّضُ الميلَ والمقطعَ y في صيغةِ الميلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ — $y = mx + b$

أعوّضُ $m = 2 , b = 3$ — $y = 2x + 3$

5 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-1, 0)$ وميلُه $\frac{1}{3}$ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

x y

1) نعوض لإيجاد قيمة b ⇐ $y = mx + b$

$0 = \frac{1}{3}(-1) + b$

$0 = -\frac{1}{3} + b$

$\frac{1}{3} = b$

$\Rightarrow$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ معادلة المستقيم

3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(2, 1)$ و $(-8, 5)$ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

الخُطوَةُ 1 أستعملُ النقطتينِ في إيجادِ المَيلِ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بِـ $(2, 1)$
وعن (x_2, y_2) بِـ $(5, -8)$ $= \frac{-8 - 1}{5 - 2}$

أبسّطُ $= \frac{-9}{3} = -3$

إذنْ، الميلُ -3

الخُطوَةُ 2 أستعملُ الميلَ وإحداثيَّي إحدى النقطتينِ لإيجادِ قيمةِ b

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أعوّضُ $m = -3, y = 1, x = 2$ $1 = -3(2) + b$

أبسّطُ $1 = -6 + b$

أجمعُ 6 إلى الطرفينِ $1 + 6 = -6 + b + 6$

أبسّطُ $7 = b$

إذنْ، فالمقطعُ y هو 7

الخُطوَةُ 3 أعوّضُ المَيلَ والمقطعَ y في صيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أعوّضُ $m = -3, b = 7$ $y = -3x + 7$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = -3x + 7$

6 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(0, -4)$ و $(-2, 6)$ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

$x_1\ y_1\ \ x_2\ y_2$

1) أعوّض النقطتين لإيجاد الميل m: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 6}{0 - (-2)}$

$m = \frac{-10}{2} \Rightarrow \boxed{m = -5}$

2) أعوّض الميل و إحداثيّ النقطتين لإيجاد قيمة b:

$y = mx + b$ (استعمل إحدى النقطتين) $(0, -4)$

$-4 = -5(0) + b \Rightarrow \boxed{b = -4}$

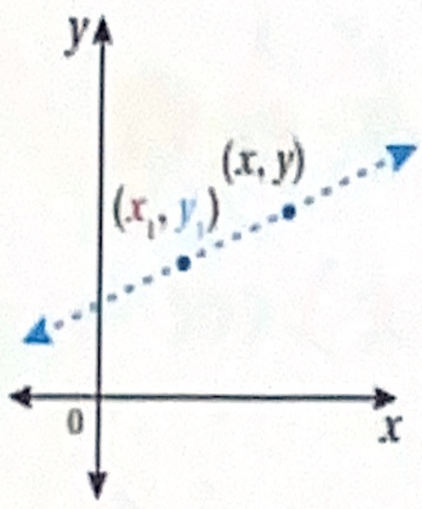
3) المعادلة $\boxed{y = -5x - 4}$

معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

1 مفهومٌ أساسيٌّ

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ

- **بالكلماتِ:** صيغةُ الميلِ ونقطةٍ للمعادلةِ الخطّيّةِ هيَ $y-y_1=m(x-x_1)$، حيثُ m ميلُ المستقيمِ، و(x_1, y_1) نقطةٌ مُعطاةٌ.



- **بالرموزِ:**

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

الميلُ — نقطةٌ مُعطاةٌ

مثال 1

1 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-3, 6)$ وميلُه -5 بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

أعوّضُ الميلَ والنقطةَ المُعْطاةَ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ	$y-y_1=m(x-x_1)$
أعوّضُ $m=-5, (x_1, y_1)=(-3, 6)$	$y-6=-5(x-(-3))$
أبسّطُ	$y-6=-5(x+3)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y-6=-5(x+3)$

2 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(-3, 5)$ و $(9, 21)$ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

الخطوةُ 1 أستعملُ النقطتينِ في إيجادِ الميلِ.

صيغةُ الميلِ	$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(-3, 5)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(9, 21)$	$=\frac{21-5}{9-(-3)}$
أبسّطُ	$=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$

إذنْ، الميلُ $\frac{4}{3}$

الخطوةُ 2 أعوّضُ الميلَ وإحداثياتِ إحدى النقطتينِ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ	$y-y_1=m(x-x_1)$
أعوّضُ $m=\frac{4}{3}, (x_1, y_1)=(9, 21)$	$y-21=\frac{4}{3}(x-9)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y-21=\frac{4}{3}(x-9)$

تدرب على حل المسائل

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المُعْطاةِ والمعلومِ ميلُهُ m في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

2 $(-2, -7), m = -5$

$y - y_1 = m(x - x_2)$

$y - (-7) = -5(x - (-2))$

$y + 7 = -5(x + 2)$

1 $(4, -3), m = \frac{3}{4}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (-3) = \frac{3}{4}(x - 4)$

$y + 3 = \frac{3}{4}(x - 4)$

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

5 $(-1, 6), (-3, 10)$

1) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 6}{-3 - (-1)} = \frac{4}{-3 + 1}$

$m = \frac{4}{-2} \Rightarrow m = -2$

2) $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 6 = -2(x + 1)$

4 $(-1, 8), (9, -6)$

1) $m = \frac{-6 - 8}{9 - (-1)}$

$m = \frac{-14}{10} = -1.4$

2) $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 8 = -1.4(x + 1)$

3 $(3, 7), (-3, 5)$

1) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 7}{-3 - 3}$

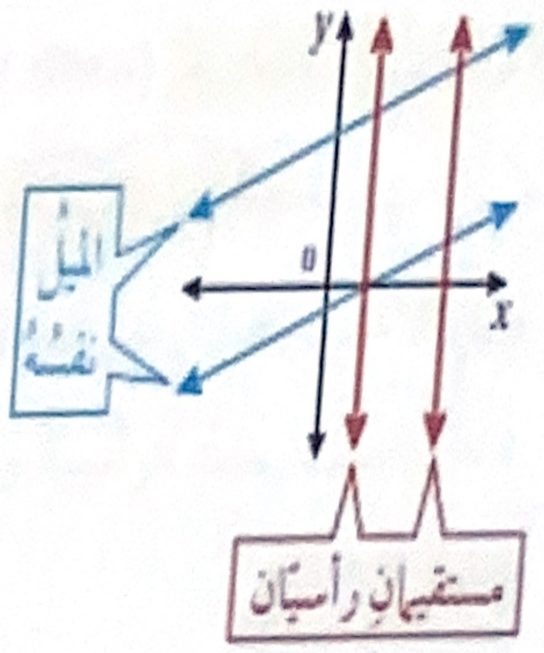
$m = \frac{-2}{-6} \Rightarrow m = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2) $y - 7 = \frac{1}{3}(x - 3)$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = \frac{6 - 10}{-1 - (-3)} = \frac{-4}{-1 + 3} = \frac{-4}{2}$

$= -2$



يُسمّى المستقيمانِ الواقعانِ في المستوى نفسِه ولا يقطعُ أحدُهُما الآخرَ **مستقيمينِ متوازيينِ** (parallel lines)، ويكونُ لهُما الميلُ نفسُه. والمستقيماتُ الرأسيةُ جميعُها متوازيةٌ.

1 أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-2, 5)$ والموازي للمستقيمِ $y = \frac{3}{2}x - 7$.

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ $y = \frac{3}{2}x - 7$ هوَ $\frac{3}{2}$

الخُطوةُ 2 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ باستعمالِ الميلِ والنقطةِ المُعْطاةِ.

1) أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطة	$y - y_1 = m(x - x_1)$
2) أعوّضُ $m = \frac{3}{2}, (x_1, y_1) = (-2, 5)$	$y - 5 = \frac{3}{2}(x - (-2))$
3) أبسّطُ	$y - 5 = \frac{3}{2}(x + 2)$
خاصيةُ التوزيعِ	$y - 5 = \frac{3}{2}x + 3$
أجمعُ 5 إلى الطرفينِ	$y - 5 + 5 = \frac{3}{2}x + 3 + 5$
أبسّطُ	$y = \frac{3}{2}x + 8$

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(3, -1)$ والموازي للمستقيمِ $y = 2x + 5$.

x_1 y_1

$m = 2$

نعوض $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (-1) = 2(x - 3)$

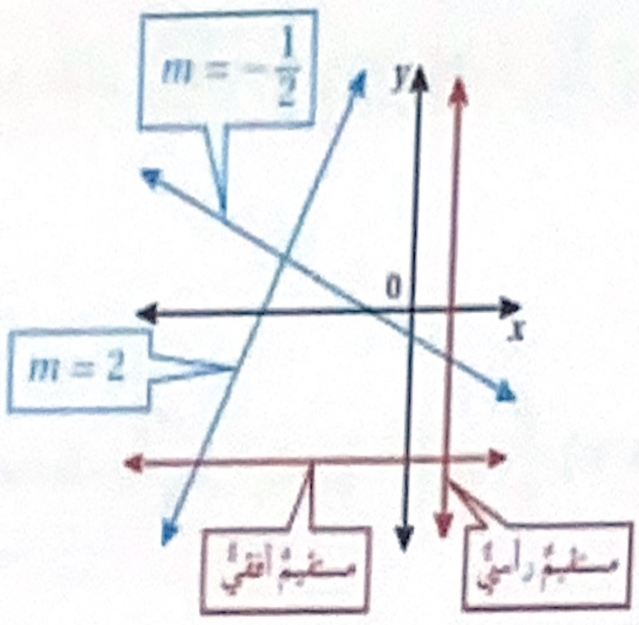
$y + 1 = 2x - 6$

$-1 \quad -1$

$y = 2x - 7$

$y = mx + b$

يُسَمّى المستقيمانِ اللذانِ يتقاطعانِ مُكوِّنَينِ زوايا قوائمَ مستقيمينِ متعامدينِ (perpendicular lines). ويكونُ ميلُ أحدِهِما معكوسَ مقلوبٍ (opposite reciprocals) لميلِ الآخرِ، وهذا يعني أنَّ حاصلَ ضربِ مَيْلَيْهِما يساوي 1- والمستقيماتُ الرأسيّةُ والأفقيّةُ متعامِدةٌ.



أتعلّمُ

$\frac{3}{4}$ معكوسُ مقلوبِ $-\frac{4}{3}$ لأنَّ:

$\frac{3}{4} \times -\frac{4}{3} = -1$

مثال 2

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (4, 0) والعموديِّ على المستقيمِ $4y = -8x + 1$

الخطوة 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

لإيجادِ ميلِ المستقيمِ المُعْطى أحتاجُ إلى كتابةِ المعادلةِ بصورةِ الميلِ والمقطعِ.

معادلةُ المستقيمِ المُعْطى $4y = -8x + 1$

أقسمُ طَرَفَيِ المعادلةِ على 4 $\frac{4y}{4} = \frac{-8x}{4} + \frac{1}{4}$

أبسّطُ $y = -2x + \frac{1}{4}$

المعادلة بصيغة الميل والمقطع

ميلُ المستقيمِ $y = -2x + \frac{1}{4}$ هوَ 2-

الخطوة 2 أجدُ ميلَ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى يساوي معكوسَ مقلوبِ العددِ 2-؛ أيْ $\frac{1}{2}$

الخطوة 3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ العموديِّ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

1) أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$

2) أعوّضُ $m = \frac{1}{2}, (x_1, y_1) = (4, 0)$ $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 4)$

3) أبسّطُ $y = \frac{1}{2}(x - 4)$

خاصيةُ التوزيعِ $y = \frac{1}{2}x - 2$

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (1, 8) والمُعامِدِ للمستقيمِ $3y - 9x = 12$.

x_1, y_1

(1

$\frac{3y}{3} - \frac{9x}{3} = \frac{12}{3} \Rightarrow y = 3x + 4$

$m = 3 \Rightarrow$ الميل العمودي $m = -\frac{1}{3}$

(2

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 8 = -\frac{1}{3}(x - 1)$

$y - 8 = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (+8) (+8)

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} + \frac{8 \times 3}{1 \times 3}$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{25}{3}$

- يمكن تحديد ما اذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك من خلال الميل .

أمثلة :

1 أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $-3x + 4y = 32$ و $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ.

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ.

- ميلُ المستقيمِ $-3x + 4y = 32$

معادلةُ المستقيمِ المُعطى	$-3x + 4y = 32$
أجمعُ $3x$ إلى كِلا الطَّرَفينِ	$-3x + 4y + 3x = 32 + 3x$
أقسمُ طَرَفَي المعادلةِ على 4	$\frac{4y}{4} = \frac{3x}{4} + \frac{32}{4}$
أبسّطُ	$y = \frac{3}{4}x + 8$

إذنْ، ميلُ المستقيم $-3x + 4y = 32$ يساوي $\frac{3}{4}$

- ميلُ المستقيمِ $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ يساوي $\frac{3}{4}$

الخُطوةُ 2 أحدّدُ العلاقةَ بينَ المستقيمينِ.

بما أنَّ ميلَيِ المستقيمَينِ متساويانِ، إذنْ، فالمستقيمانِ متوازيانِ.

2 أحدّدُ ما إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامِدينِ أو غيرَ ذلكَ، حيثُ $A(1, 1), B(-1, -5), C(3, 2), D(6, 1)$

الخُطوةُ 1 أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ.

- مَيلُ $\overleftrightarrow{AB}$

صيغةُ الميلِ	$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(1, 1)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(-1, -5)$	$= \frac{-5 - 1}{-1 - 1}$
أبسّطُ	$= \frac{-6}{-2} = 3$

مَيلُ $\overleftrightarrow{CD}$

صيغةُ الميلِ	$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(3, 2)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(6, 1)$	$= \frac{1 - 2}{6 - 3}$
أبسّطُ	$= -\frac{1}{3}$

بما أن $m_1 = 3$

$m_2 = -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ (المستقيمان متعامدان)

أتحققُ من فهمي:

أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $2x + y = 7$ و $y - 2x = 3$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ.

أحدّدُ ما إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ، حيثُ $A(3, 6), B(-9, 2), C(5, 4), D(2, 3)$

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $C(x_1, x_1)$ $D(x_2, y_2)$

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 6}{-9 - 3}$$

$$m_{AB} = \frac{-4 \div 4}{-12 \div 4} \Rightarrow \boxed{m_{AB} = \frac{1}{3}}$$

$$m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 4}{2 - 5} = \frac{-1}{-3}$$

$$\boxed{m_{CD} = \frac{1}{3}}$$

بما أن $m_{AB} = m_{CD}$

فإن المستقيمان متوازيان

$y - 2x = 3$

$y = 2x + 3 \Rightarrow \boxed{m = 2}$

$2x + y = 7$

$y = -2x + 7$

$\Rightarrow \boxed{m = -2}$

عني ذلك

انتهت ورقة العمل

قسم الرياضيات