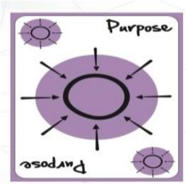
ورقة عمل رقم (6) / المعادلات الخطية بمتغيرين

الاسم:		المادة:	الرياضيات
الصف:	الثامن	التاريخ:	/11/2025

أهداف ورقة العمل :

- التعرف إلى الصيغة القياسية للمعادلة الخطية.
- تمثيل المعادلة الخطيّة بيانيًا.
- إيجاد ميل المستقيم .



❖ **المعادلة الخطية هي المعادلة التي يمكن كتابتها على الصورة القياسية** $AX + BY = C$

حيث A ،B ، C أعداد حقيقية بحيث A , B لاتساوي معاً صفر

العامل المشترك الأكبر بينهما يساوي 1

لا تسمى المعادلة خطية إذا كان:

- الأس عدد صحيح غير العدد 1
- المتغير في المقام
- المتغير تحت الجذر
- وجود حدّ عبارة عن حاصل ضرب متغيرين

- لكتابة المعادلة بالصورة القياسية يجب أن يكون العامل المشترك الأكبر بين المعاملات يساوي 1

- **أكتب المعادلة الخطية بالصورة القياسية:**

- $2x + 4y - 10 = 14$
- $10x + 2y - 3 = 1$

أُحدّدُ ما إذا كانتْ كلُّ معادلةٍ ممّا يأتي خطّيّةً أمْ لا:

1 $y = 6 - 5x$

أعيدُ كتابةَ المعادلةِ بحيثُ يكونُ كِلا المتغيرينِ في الطّرفِ نفسِه منَ المعادلةِ.

المعادلةُ الأصليةُ $y = 6 - 5x$

أُضيفُ $5x$ إلى طرفَيِ المعادلةِ $\quad y + 5x = 6 - 5x + 5x$

أُبسّطُ $\quad 5x + y = 6$

المعادلةُ $5x + y = 6$ مكتوبةٌ على الصورةِ $Ax + By = C$، حيثُ $A = 5, B = 1, C = 6$، إذنْ فهيَ معادلةٌ خطّيّةٌ.

2 $3xy - 4x = 7$

بما أنَّ الحدَّ $3xy$ فيهِ متغيرانِ، فإنَّه لا يمكنُ كتابةُ المعادلةِ على الصورةِ $Ax + By = C$، إذنْ فهيَ ليستْ خطيّةً.

3 $4x^2 - 8y = 12$

بما أنَّ المتغيرَ x مرفوعٌ للأُسِّ 2، فإنَّهُ لا يمكنُ كتابةُ المعادلةِ على الصورةِ $Ax + By = C$، إذنْ فهيَ ليسَتْ خطّيّةً.

4 $\frac{7}{5}x = -4$

يمكنُ كتابةُ المعادلةِ $\frac{7}{5}x = -4$ على الصورةِ $Ax + By = C$ كما يلي: $\frac{7}{5}x + 0y = -4$،

حيثُ $A = \frac{7}{5}, B = 0, C = -4$، إذنْ فهيَ معادلةٌ خطّيّةٌ.

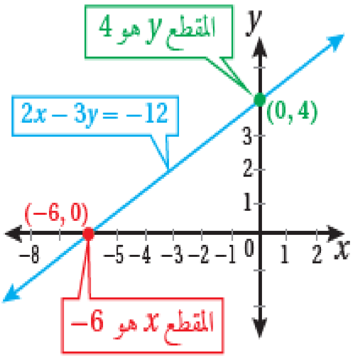
- **<u>أحدد ما إذا كانت كل معادلة مما يلي خطيّة أم لا ؟</u>**

7 $\frac{1}{5}y = 2$ **6** $x^2 - 8y = 3$ **5** $2x = 1 - 3y$

3 $9xy + 11x = 6$ **2** $y = 1 - x^2$ **1** $2x = 7y$

التمثيل البياني للمعادلات الخطية

طريقة المقطع X والمقطع Y



بما أنَّهُ يمكنُ تمثيلُ المستقيمِ بنقطتينِ، فإنَّ أسهلَ طريقةٍ لتمثيلِ المعادلةِ الخطيّةِ هي إيجادُ نقطتَيْ تقاطعِ المستقيمِ معَ المحورينِ الإحداثيّينِ (إنْ أمكنَ).

يُسمّى الإحداثيُّ x للنقطةِ التي يقطعُ عندَها المستقيمُ المحورَ x **المقطعَ x** (x–intercept)، ويُسمّى الإحداثيُّ y للنقطةِ التي يقطعُ عندَها المستقيمُ المحورَ y **المقطعَ y** (y–intercept).

عندما تكونُ المعادلةُ الخطّيّةُ مكتوبةً بالصورةِ القياسيةِ، فإنّهُ يسهلُ تحديدُ المقطعَينِ الإحداثيّينِ وتمثيلُ المعادلةِ بيانيًّا.

مثال 3

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y:

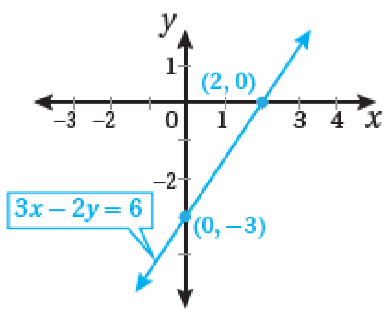
1) $3x-2y=6$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.

المعادلةُ الأصليةُ	$3x-2y=6$	المعادلةُ الأصليةُ	$3x-2y=6$
أُعوّضُ $y=0$	$3x-2(0)=6$	أُعوّضُ $x=0$	$3(0)-2y=6$
أقسمُ كِلا الطرفينِ على 3	$\frac{3x}{3}=\frac{6}{3}$	أقسمُ كِلا الطرفينِ على -2	$\frac{-2y}{-2}=\frac{6}{-2}$
أُبسّطُ	$x=2$	أُبسّطُ	$y=-3$

إذنْ، فالمقطعُ x هو 2، والمقطعُ y هو -3

الْخُطْوَةُ 2 أُمثّلُ نقطتَيْ تقاطعِ المستقيمِ معَ المحورينِ الإحداثيّينِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَ النقطتينِ.



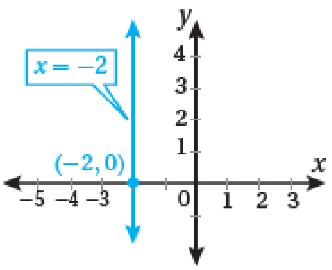
بما أنَّ المقطعَ x هُوَ 2، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ x في النقطةِ $(2,0)$، وبما أنَّ المقطعَ y هو -3، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0,-3)$، أُمثّلُ النقطتينِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَهُما.

3 $x = -2$

الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ المعادلةَ بالصورةِ القياسيةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$x = -2$
الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ	$1x + 0y = -2$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.



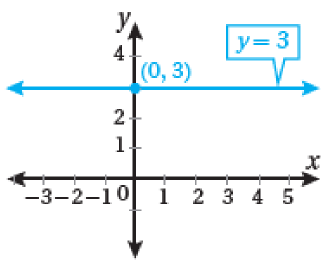
أُلاحظُ أنَّ المقطعَ x هو -2، ولا يوجدُ مقطعُ y، وألاحظُ أيضًا أنَّ قيمة $x = -2$ لأيِّ قيمةِ y؛ لذا فإنَّ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلةِ $x = -2$ هو مستقيمٌ رأسيٌّ يقطعُ المحورَ x في النقطةِ $(-2, 0)$.

2 $y = 3$

الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ المعادلةَ بالصورةِ القياسيةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$y = 3$
الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ	$0x + 1y = 3$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.



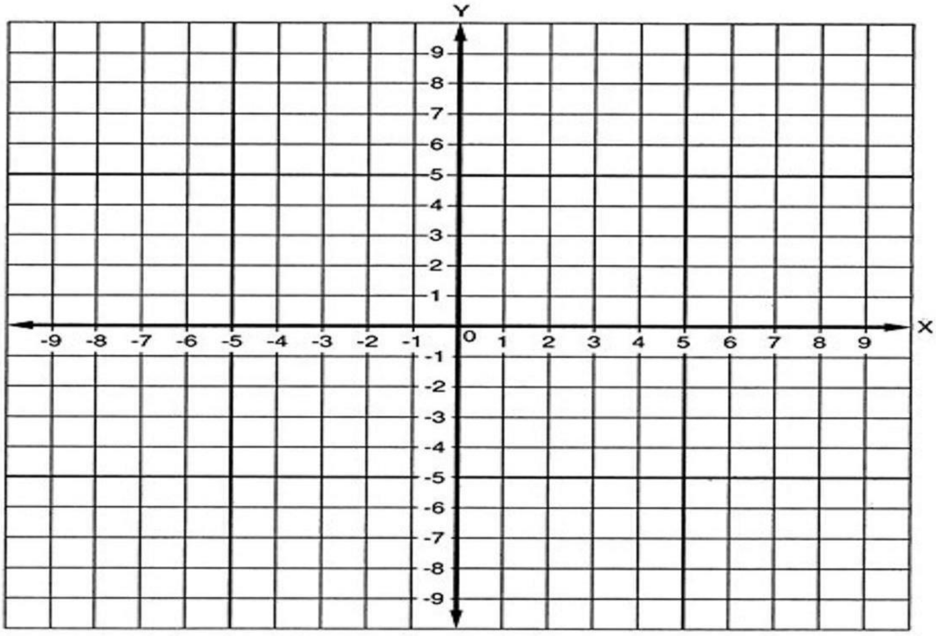
أُلاحظُ أنَّ المقطعَ y هو 3، ولا يوجدُ مقطعُ x، وأُلاحظُ أيضًا أنَّ قيمة $y = 3$ لأيِّ قيمةِ x؛ لذا فإنَّ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلةِ $y = 3$ هو مستقيمٌ أفقيٌّ يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0, 3)$.

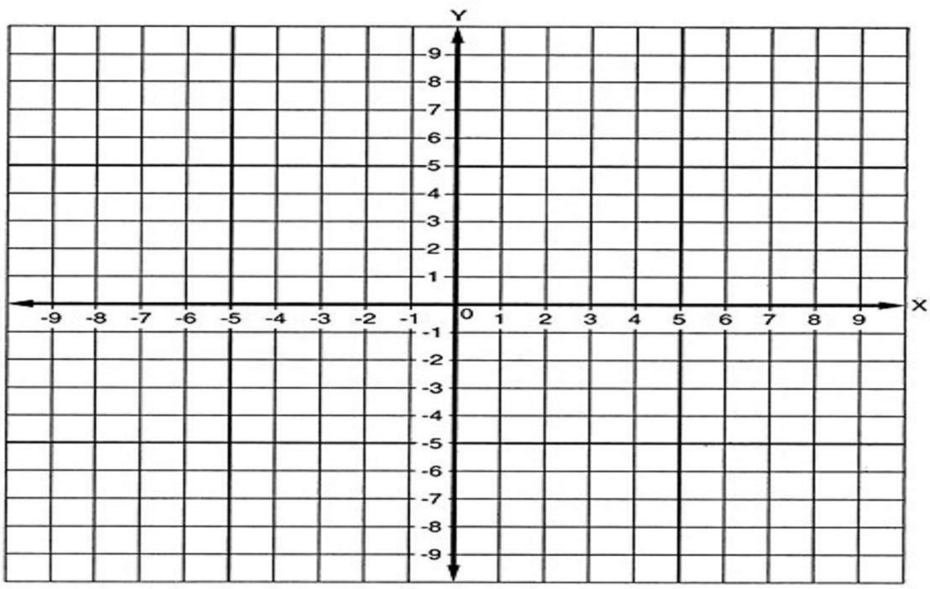
اتحقق من فهمي:

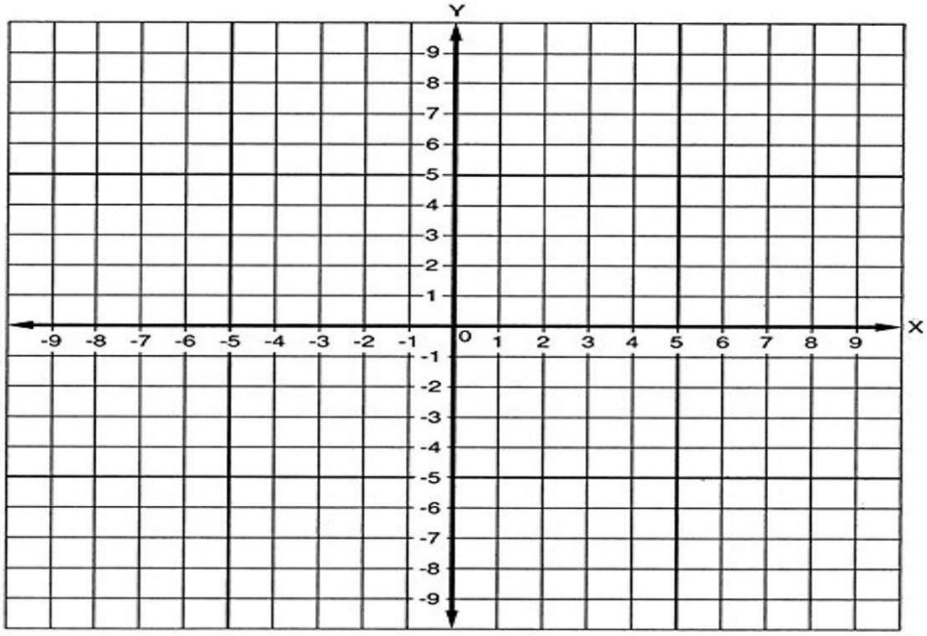
4 $4x - y = 1$

5 $y = -7$

6 $x = 5$

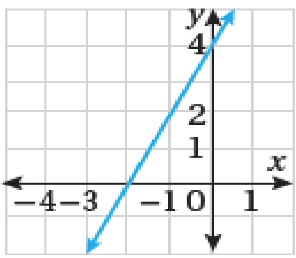

Y
X
0


Y
X
0

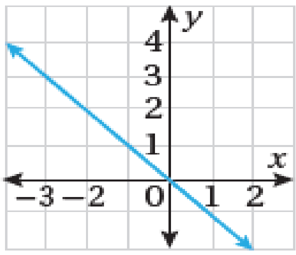

Y
X
0

أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y لكلِّ معادلةٍ ممّا يأتي:

7



8

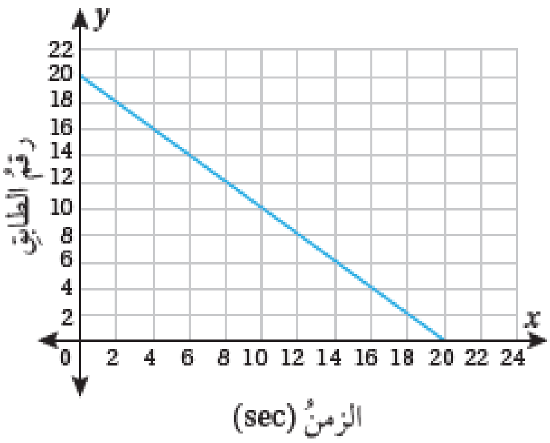


بنايــةٌ: يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ رقــمِ الطابَقِ في أحدِ الأبراجِ التجاريةِ والزمــنِ الذي يقضيهِ الراكــبُ بالثواني في المِصْعدِ حتى يصلَ إلـــى هذا الطابقِ. فإذا علمتُ أنَّ رقمَ الطابقِ الأرضيِّ 0، فأجيبُ عنْ كلٍّ ممّا يأتي:

15 منْ أيِّ طابقٍ صعِدَ الراكبُ إلى المِصْعدِ؟

16 بعــدَ كمْ ثانيةٍ وصلَ الراكــبُ إلى الطابَقِ الأرضيِّ؟

17 بعــدَ كمْ ثانيةٍ وصلَ الراكــبُ إلى الطابقِ الثامنِ؟



ميلُ المســتقيمِ (slope of a line) هو مصطلحٌ يُستعملُ لوصفِ مقدارِ انحدارِ المســتقيمِ. فالمَيلُ هو نسبةُ التغيّرِ الرأسيِّ (rise) إلى التغيّرِ الأفقيِّ (run).

$$\text{المَيلُ} = \frac{\text{التغيّرُ الرأسيُّ}}{\text{التغيّرُ الأفقيُّ}}$$

ولإيجادِ ميلِ المســتقيمِ غيرِ الرأسيِّ في المستوى الإحداثيِّ يُمكِنُنا إيجادُ نســبةِ التغَيُّرِ في الإحداثيِّ y (التغَيُّرِ الرأسيِّ) إلى التغَيُّرِ في الإحداثيِّ x (التغَيُّرِ الأفقيِّ) بينَ أيِّ نقطتينِ على المستقيمِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — مَيلُ المستقيمِ

- **بالكلمات:** ميلُ المستقيمِ غيرِ الرأسيِّ هو نسبةُ التغيّرِ الرأسيِّ إلى التغيّرِ الأفقيِّ.

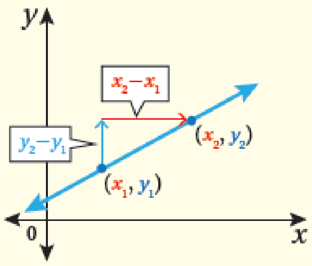
- **بالرموزِ:** يمكنُ إيجادُ الميلِ (m) للمستقيمِ غيرِ الرأسيِّ المارِّ بالنقطتينِ (x_1, y_1) و (x_2, y_2) على النحوِ الآتي:

$$m = \frac{\text{التغيّرُ الرأسيُّ}}{\text{التغيّرُ الأفقيُّ}}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

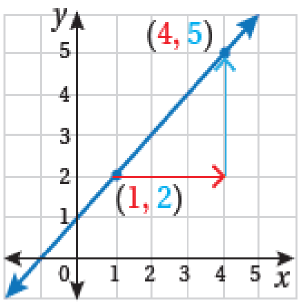
التغيّرُ في y ← $y_2 - y_1$

التغيّرُ في x ← $x_2 - x_1$



أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي:

1 $(1, 2), (4, 5)$



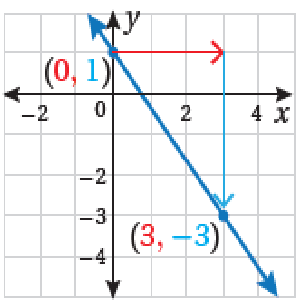
صيغةُ الميلِ
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 2)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 5)$
$$= \frac{5 - 2}{4 - 1}$$

أُبسّطُ
$$= \frac{3}{3} = 1$$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 1

2 $(0, 1), (3, -3)$



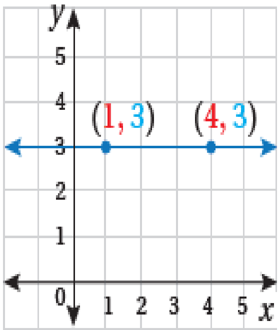
صيغةُ الميلِ
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(0, 1)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(3, -3)$
$$= \frac{-3 - 1}{3 - 0}$$

أُبسّطُ
$$= -\frac{4}{3}$$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو $-\frac{4}{3}$

3 $(1,3), (4,3)$



صيغةُ الميلِ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 3)$
وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 3)$

$$= \frac{3 - 3}{4 - 1}$$

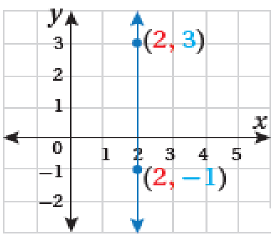
أُبسِّطُ

$$= \frac{0}{3} = 0$$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 0

❖ أجد ميل المستقيم الماربكل نقطتين مما يلى :

4 $(2,3), (2,-1)$



صيغةُ الميلِ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(2, 3)$
وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(2, -1)$

$$= \frac{-1-3}{2-2}$$

أُبسِّطُ

$$= \frac{-4}{0}$$

إذنْ، ميلُ هذا المستقيمِ غيرُ مُعرَّفٍ.

أتحقَّقُ من فهمي:

5 $(-1,2), (3,5)$

6 $(-1,-2), (-4,1)$

7 $(1,2), (-3, 2)$

8 $(1,5), (1,-4)$

1 $(3, 3), (5, 7)$

2 $(6,1), (4,3)$

3 $(-2, -6), (-2, 6)$

4 $(5, -7), (0, -7)$

مثال 2

أجدُ قيمةَ s التي تجعلُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(-2, 1)$ و $(3, s)$ يساوي $\frac{3}{5}$

أفترضُ أنَّ النقطةَ $(-2, 1)$ هيَ (x_1, y_1)، والنقطةَ $(3, s)$ هيَ (x_2, y_2)

صيغةُ الميلِ
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

أُعوِّضُ $x_1 = -2, x_2 = 3, y_1 = 1, y_2 = s$
$$\frac{3}{5} = \frac{s-1}{3-(-2)}$$

أُبسِّطُ
$$\frac{3}{5} = \frac{s-1}{5}$$

خاصيّةُ الضربِ التبادليِّ
$$5(s-1) = 3 \times 5$$

خاصيّةُ التوزيعِ
$$5s - 5 = 15$$

أجمعُ 5 لِكلا الطرفينِ
$$5s = 20$$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 5
$$s = 4$$

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قيمةَ k التي تجعلُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(3, 1)$ و $(k, 2)$ يساوي $-\frac{1}{6}$

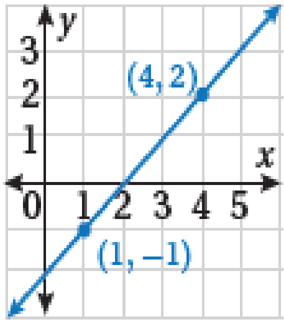
أجدُ قيمةَ s التي تجعلُ مَيلَ المســـتقيمِ (m) المارِّ بــكلٍّ نقطتينِ ممّا يأتي على نحوِ ما هو مُعْطًى:

7 $(6, -2), (s, -6)\ , m = 4$

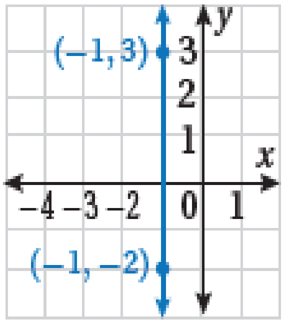
8 $(9, s), (6, 3), m = -\frac{1}{3}$

أحدّدُ ما إذا كانَ ميلُ كلِّ مســتقيمٍ ممّا يأتي ســالبًا أم موجبًا أم صفرًا أم غيرَ معرَّفٍ، ثمَّ أجِدُه:

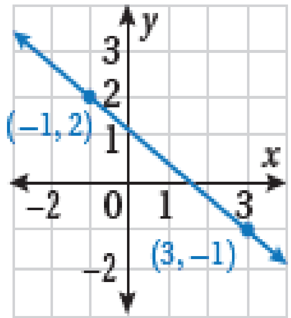
9



10



11



انتهت الأسئلة

قسم الرياضيات