مدرسة بطريركيّة الرّوم الأرثوذكس المقدسيّة
الثّانوية- مأدبا

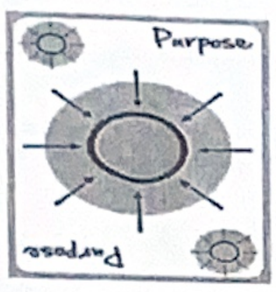
ورقة عمل رقم (5) / تحليل المقادير الجبرية

الاسم: المادة: الرياضيات

الصف: الثامن التاريخ: /11/2025

أهداف ورقة العمل :

- تحليل مقدار جبري يمثل فرقاً بين مربعين.
- تحليل مربعاً كاملاً ثلاثي الحدود .
- كتابة المقادير الجبرية النسبية في أبسط صورة .



إن الفرق بين مربعيّ حدّين يساوي ناتج ضرب مجموع الحدّين في الفرق بينهما.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

يحتاج تحليل بعض المقادير الجبرية إلى إجراء خطوتين،مثل إخراج العامل المشترك الأكبر للحدود جميعها،ثم تحليل ماتبقى من المقدار باستعمال تحليل الفرق بين مربعين.

مثال :

1) $y^2 - 9 = (y - 3)(y + 3)$

2) $y^4 - 1 = (y^2 - 1)(y^2 + 1)$

$= (y - 1)(y + 1)(y^2 + 1)$

- **السؤال الأول: أحللُ كلّا مما يلي :**

1) $b^2 - 36 = (b+6)(b-6)$
2) $49 - x^2y^2 = (7+xy)(7-xy)$
3) $k^4 - m^4 = (K^2+m^2)(K^2-m^2)$ $= (K^2+m^2)(K+m)(K-m)$
4) $24a^2 - 6 = 6(4a^2-1)$ $= 6(2a+1)(2a-1)$

5) $(xc^2 - x^3) + (y^2c^2 - y^2x^2) = x(c^2 - x^2) + y^2(c^2 - x^2)$

$= (c^2 - x^2)(x + y^2)$

$= (c + x)(c - x)(x + y^2)$

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

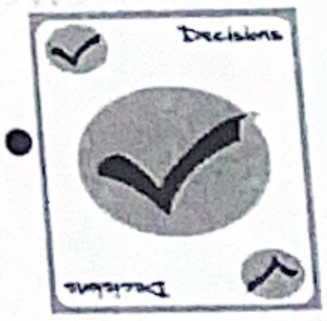
يسمّى ناتجُ الضربِ في كلٍّ مِنَ الحالتَينِ أعلاهُ مربعًا كاملًا ثلاثيَّ الحدودِ (perfect–square trinomial)؛ لأنَّهُ ينتجُ مِنْ ضربِ مقدارٍ جبريٍّ في نفسِـهِ، ويمكنُ بطريقةٍ عكسـيةٍ تحليلُ أيِّ ثلاثيِّ حدودٍ على صورةِ $a^2 + 2ab + b^2$ إنْ كانَ يمثلُ مربعًا كاملًا إذا حققَ الشروطَ الثلاثةَ الآتيةَ:

$9x^2 + 24x + 16$

1 — الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ.
$9x^2 = (3x)^2$

2 — الحدُّ الأوسطُ يساوي ضعفَ ناتجِ ضربِ الجذرِ التربيعيِّ لكلٍّ مِنَ الحدّينِ: الأولِ، والأخيرِ.
$24x = 2(3x)(4)$

3 — الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ.
$16 = 4^2$



- **السؤال الثاني: أحددُ ما إذا كانت كل ثلاثية حدود مما يأتي تمثل مربعًا كاملًا أم لا ، وإذا كانت تمثله فأحللُها :**

1) $x^2 - 16x + 64 =$	2) $y^2 + 10y + 16 =$	3) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} =$
1) $\sqrt{x^2} = x$ 2) $\sqrt{64} = 8$ 3) $x \cdot 8 \cdot 2 = 16x$ إذاً كثلاثية الحدود هي مربع كامل $(x-8)^2$	1) $\sqrt{y^2} = y$ 2) $\sqrt{16} = 4$ 3) $y \cdot 4 \cdot 2 = 8y$ $8y \neq 10y$ ليست مربعاً كاملاً	1) $\sqrt{x^2} = x$ 2) $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ 3) $x \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}x$ تمثل مربع كامل $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ (rational algebraic expression) هُوَ كسرٌ بسطُهُ ومقامُهُ مقدارانِ جبريّانِ.

$$\frac{x^2+2x+1}{x+1} \qquad \frac{6xy^4}{5y} \qquad \frac{3a-2}{a^2+6a+8}$$

مقاديرُ جبريةٌ نسبيةٌ

يكونُ المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العاملُ المشتركُ الأكبرُ لكلٍّ مِنْ بسطِهِ ومقامِهِ يساوي 1

مثال:

$$\frac{-5x^2y^3}{20x^4y}$$

العاملُ المشتركُ الأكبرُ للبسطِ والمقامِ يساوي $(5x^2y)$

أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(5x^2y)$

أبسطُ

$$\frac{-5x^2y^3}{20x^4y} = \frac{(5x^2y)(-y^2)}{(5x^2y)(4x^2)}$$

$$= \frac{\cancel{(5x^2y)}(-y^2)}{\cancel{(5x^2y)}(4x^2)}$$

$$= \frac{-y^2}{4x^2}$$

- **السؤال الثالث: أكتب المقادير الجبرية الآتية في أبسط صورة :**

1)	2)	3)
$\frac{5w+30}{5}$	$\frac{x^2-49}{x-7}$	$\frac{6-y}{y-6} = -1$
$\frac{5(w+6)}{5} = w+6$	$\frac{(x+7)(x-7)}{(x-7)}$ $= x+7$	

4)

$$\frac{y^2+5y+6}{y+2}$$

$$= \frac{(y+3)(y+2)}{(y+2)}$$

$$= y+3$$

5)

$$\frac{x^2+9x+8}{x^2-64}$$

$$\frac{(x+8)(x+1)}{(x+8)(x-8)}$$

$$= \frac{x+1}{x-8}$$

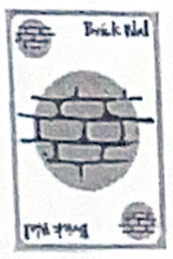
6)

$$\frac{(w+2)^2}{3w^3+12w^2+12w}$$

$$\frac{w^2+4w+4}{3w(w^2+4w+}$$

$$= \frac{1}{3w}$$

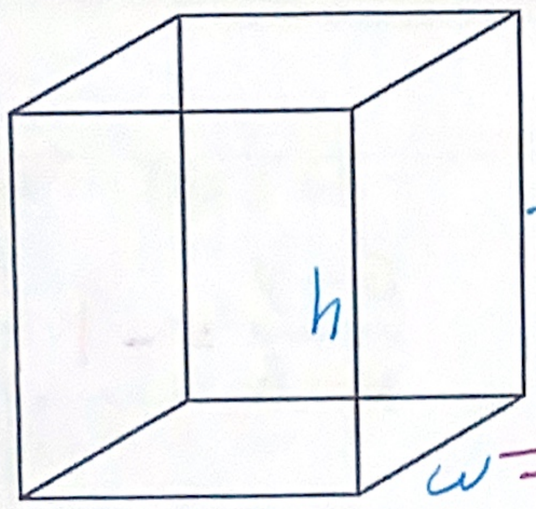
- **السؤال الرابع:**



صندوق على شكل متوازي المستطيلات، حجمه x^3-8x^2+15x سنتيمترًا مكعبًا ومساحة قاعدته (x^2-3x) سنتيمترًا مربعًا ، فأجد ارتفاع الصندوق ؟

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$V = L \times w \times h$$



$$\frac{x^3-8x^2+15x}{x^2-3x} = \frac{(x^2-3x)}{x^2-3x} \times h$$

نقسم الطرفين

$$\Rightarrow h = \frac{x(x^2-8x+15)}{x^2-3x} = \frac{x(x-5)(x-3)}{x(x-3)}$$

$$\Rightarrow h = x-5 \text{ cm}$$

الارتفاع

انتهت ورقة العمل

قسم الرياضيات

$\frac{y+6}{2}$

$(y \neq 2)$

5)

$$\frac{x^2+9x+8}{x^2-64}$$

$$\frac{(x+8)(x+1)}{(x+8)(x-8)}$$

$$= \frac{x+1}{x-8}$$

6)

$$\frac{(w+2)^2}{3w^3+12w^2+12w}$$

$$\frac{w^2+4w+4}{3w(w^2+4w+}$$

$$= \frac{1}{3w}$$

- **السؤال الرابع:**

صندوق على شكل متوازي المستطيلات، حجمه x^3-8x^2+15x سنتيمترًا ومساحة قاعدته (x^2-3x) سنتيمترًا مربعًا ، فأجد ارتفاع الصندوق ؟

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

$V = L \times W \times h$

$$\frac{x^3-8x^2+15x}{x^2-3x} = \frac{(x^2-3x) \times h}{x^2-3x}$$ نقسم الطرفين

$$= \frac{x(x^2-8x+15)}{x^2-3x} = \frac{x(x-5)(x-3)}{x(x-3)}$$