ورقة عمل 2

السؤال الأول /

الفقرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الرمز	ⓒ	ⓓ	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓑ	ⓒ	ⓒ	ⓓ	ⓓ	ⓐ	ⓐ

السؤال الثاني /

1

ⓐ $\frac{5x^2-6}{x^3-2x^2+x} = \frac{5x^2-6}{x(x^2-2x+1)} = \frac{5x^2-6}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$

$$5x^2 - 6 = A(x-1)^2 + Bx(x-1) + Cx$$

تعويض أصفار المقام: $x = 1 \ , x = 0$

$$x = 0 \rightarrow -6 = A(0-1)^2 + 0 + 0 \rightarrow -6 = A$$

$$x = 1 \rightarrow 5 - 6 = 0 + 0 + C(1) \rightarrow -1 = C$$

تعويض $x = -1$ (اختياري)

$$x = -1 \rightarrow 5 - 6 = -24 + 2B + 1 \rightarrow -1 = 2B - 23 \rightarrow B = 11$$

$$\frac{5x^2-6}{x^3-2x^2+x} = \frac{-6}{x} + \frac{11}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2}$$

ⓑ $\frac{3x^2+x-4}{x^2-2x} = 3 + \frac{7x-4}{x^2-2x} = 3 + \frac{7x-4}{x(x-2)} = 3 + \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2}$

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ x^2-2x & 3x^2+x-4 \\ & -3x^2+6x \\ \hline & 7x-4 \end{array}$$

$$\frac{7x-4}{x(x-2)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}$$

$$7x-4=A(x-2)+Bx$$

تعويض أصفار المقام: $x=0\ ,x=2$

$$x=0\rightarrow -4=A(0-2)+0\rightarrow -4=-2A\rightarrow A=2$$

$$x=2\rightarrow 14-4=0+B(2)\rightarrow B=5$$

$$\frac{3x^2+x-4}{x^2-2x}=3+\frac{2}{x}+\frac{5}{x-2}$$

ⓒ $\frac{4x^2-x-2}{x^4+2x^2}=\frac{4x^2-x-2}{x^2(x^2+2)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{Cx+D}{x^2+2}$

$$4x^2-x-2=Ax(x^2+2)+B(x^2+2)+(Cx+D)x^2$$

تعويض أصفار المقام: $x=0$

$$-2=B(0+2)\rightarrow -2=2B\rightarrow B=-1$$

بفك الأقواس ومقارنة حدود الطرفين

$$4x^2-x-2=Ax^3+2Ax-x^2-2+Cx^3+Dx^2$$

بمساواة معاملات الخطي للطرفين:

$$-1=2A\rightarrow A=-\frac{1}{2}$$

بمساواة معاملات التربيعي للطرفين:

$$4=-1+D\rightarrow D=5$$

بمساواة معاملات التكعيبي للطرفين:

$$0=A+C\rightarrow 0=-\frac{1}{2}+C\rightarrow C=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4x^2-x-2}{x^4+2x^2}=\frac{-\frac{1}{2}}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{\frac{1}{2}x+5}{x^2+2}=-\frac{1}{2x}-\frac{1}{x^2}+\frac{x+10}{2x^2+4}$$

ⓓ $\frac{x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2}{((x-2)(x+2))^2} = \frac{x^2}{(x-2)^2(x+2)^2}$

$$= \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{x+2} + \frac{D}{(x+2)^2}$$

$$x^2 = A(x-2)(x+2)^2 + B(x+2)^2 + C(x+2)(x-2)^2 + D(x-2)^2$$

تعويض أصفار المقام: $x = 2\,, x = -2$

$$x = 2 \to 4 = 0 + B(2+2)^2 + 0 + 0 \to 4 = 16B \to B = \frac{1}{4}$$

$$x = -2 \to 4 = 0 + 0 + 0 + D(-2-2)^2 \to 4 = 16D \to D = \frac{1}{4}$$

تعويض $x = 0$ (اختياري)

$$x = 0 \to 0 = A(0-2)(0+2)^2 + \frac{1}{4}(0+2)^2 + C(0+2)(0-2)^2 + \frac{1}{4}(0-2)^2$$

$$0 = -8A + 1 + 8C + 1 \to -8A + 8C = -2 \xrightarrow{\div(-8)} A - C = \frac{1}{4} \ldots (1)$$

تعويض $x = 1$ (اختياري)

$$x = 1 \to 1 = A(1-2)(1+2)^2 + \frac{1}{4}(1+2)^2 + C(1+2)(1-2)^2 + \frac{1}{4}(1-2)^2$$

$$1 = -9A + \frac{9}{4} + 3C + \frac{1}{4} \to -9A + 3C = -\frac{3}{2} \xrightarrow{\div(3)} -3A + C = -\frac{1}{2} \ldots (2)$$

بجمع المعادلتين:

$$-2A = -\frac{1}{4} \to A = \frac{1}{8}$$

تعويض في معادلة (1):

$$\frac{1}{8} - C = \frac{1}{4} \to C = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{\frac{1}{8}}{x-2} + \frac{\frac{1}{4}}{(x-2)^2} - \frac{\frac{1}{4}}{x+2} + \frac{\frac{1}{4}}{(x+2)^2}$$

2

ⓐ $\frac{ax+b}{x^2-c^2} = \frac{ax+b}{(x-c)(x+c)} = \frac{A}{x-c} + \frac{B}{x+c}$

$$ax + b = A(x + c) + B(x - c)$$

تعويض أصفار المقام: $x = c\,, x = -c$

$$x = c \to ac + b = A(c + c) + 0 \to ac + b = 2cA \to A = \frac{ac + b}{2c} = \frac{a}{2} + \frac{b}{2c}$$

$$x = -c \to -ac + b = 0 + B(-c - c) \to -ac + b = -2cB \to B = \frac{-ac + b}{-2c} = \frac{a}{2} - \frac{b}{2c}$$

نلاحظ انّ: عندما يكون تحليل المقام بإستخدام تحليل الفرق بين مربعين يكون

$$A + B = a \quad , A - B = b$$

$$\frac{ax + b}{x^2 - c^2} = \frac{\frac{a}{2} + \frac{b}{2c}}{x - c} + \frac{\frac{a}{2} - \frac{b}{2c}}{x + c}$$

ⓑ $\frac{ax+b}{(x-c)^2} = \frac{A}{x-c} + \frac{B}{(x-c)^2}$

$$ax + b = A(x - c) + Bx$$

تعويض أصفار المقام: $x = c$

$$x = c \to ac + b = 0 + cB \to ac + b = cB \to B = \frac{ac + b}{c} = a + \frac{b}{c}$$

تعويض $x = 0$ (اختياري)

$$x = 0 \to b = A(0 - c) + 0 \to b = -cA \to A = -\frac{b}{c}$$

$$\frac{ax + b}{(x - c)^2} = \frac{-\frac{b}{c}}{x - c} + \frac{a + \frac{b}{c}}{(x - c)^2}$$

3

$$\frac{2}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$$

$$2 = A(x+2) + Bx$$

تعويض أصفار المقام: $x = 0 \ , x = -2$

$$x = 0 \rightarrow 2 = A(0+2) + 0 \rightarrow 2 = 2A \rightarrow A = 1$$

$$x = -2 \rightarrow 2 = 0 - 2B \rightarrow 2 = -2B \rightarrow B = -1$$

$$\therefore \frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$$

بما ان: $\frac{2}{3\times5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3+2}$ ، $\frac{2}{1\times3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+2}$ حسب التجزئة السابقة

$$\therefore \frac{2}{1\times3} + \frac{2}{3\times5} + \frac{2}{5\times7} + \cdots + \frac{2}{11\times13} =$$

$$(\frac{1}{1} - \frac{1}{1+2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{3+2}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{5+2}) + \cdots + (\frac{1}{11} - \frac{1}{11+2}) =$$

$$1 - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{5}} - \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{9}} + \cancel{\frac{1}{9}} - \cancel{\frac{1}{11}} + \cancel{\frac{1}{11}} - \frac{1}{13} = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

4

$$\frac{3x^3 - x^2 + 12x - 6}{x^4 + 6x^2} = \frac{3x^3 - x^2 + 12x - 6}{x^2(x^2+6)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 6}$$

$$3x^3 - x^2 + 12x - 6 = Ax(x^2+6) + B(x^2+6) + (Cx+D)x^2$$

تعويض أصفار المقام: $x = 0$

$$-6 = B(0+6) \rightarrow -6 = 6B \rightarrow B = -1$$

بفك الأقواس ومقارنة حدود الطرفين

$$3x^3 - x^2 + 12x - 6 = Ax^3 + 6Ax - x^2 - 6 + Cx^3 + Dx^2$$

بمساواة معاملات الخطي للطرفين:

$$12 = 6A \rightarrow A = 2$$

بمساواة معاملات التربيعي للطرفين:

$$-1 = -1 + D \rightarrow D = 0$$

بمساواة معاملات التكعيبي للطرفين:

$$3 = A + C \rightarrow 3 = 2 + C \rightarrow C = 1$$

$$\therefore \frac{3x^3 - x^2 + 12x - 6}{x^4 + 6x^2} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2 + 6}$$