

# الرياضيات

إجابات تدريبات ومسائل  
الدرس الثاني  
( الكسور الجزئية )

كتاب الطالب ( الصفحات 32 + 33 + 34 )

الصف : الثاني عشر ( متقدم )

إعداد المعلمة :- لينا دباس

## الدرس الثاني:- الكسور الجزئية

$$\frac{2x-5}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x+3)}$$

$$2x-5 = A(x+3) + B(x+2)$$

$$1 \quad x = -2 \Rightarrow -9 = A \Rightarrow A = -9$$

$$x = -3 \Rightarrow -11 = -B \Rightarrow B = 11$$

$$\frac{2x-5}{(x+2)(x+3)} = \frac{-9}{(x+2)} + \frac{11}{(x+3)}$$

$$\frac{2x+22}{x^2+2x} = \frac{2x+22}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+2)}$$

$$2x+22 = A(x+2) + Bx$$

$$2 \quad x = 0 \Rightarrow 22 = 2A \Rightarrow A = 11$$

$$x = -2 \Rightarrow 18 = -2B \Rightarrow B = -9$$

$$\frac{2x+22}{x^2+2x} = \frac{11}{x} + \frac{-9}{(x+2)}$$

:- الحل

$$3 \quad \frac{4x-30}{x^2-8x+15}$$

$$\frac{4x-30}{x^2-8x+15} = \frac{4x-30}{(x-5)(x-3)} = \frac{A}{(x-5)} + \frac{B}{(x-3)}$$

$$4x-30 = A(x-3) + B(x-5)$$

$$3 \quad x = 5 \Rightarrow -10 = 2A \Rightarrow A = -5$$

$$x = 3 \Rightarrow -18 = -2B \Rightarrow B = 9$$

$$\frac{4x-30}{x^2-8x+15} = \frac{-5}{(x-5)} + \frac{9}{(x-3)}$$

$$4 \quad \frac{6x^2-7x+10}{(x-2)(x^2+1)}$$

$$\frac{6x^2-7x+10}{(x-2)(x^2+1)}$$

$$\frac{6x^2-7x+10}{(x-2)(x^2+1)}$$

$$\frac{6x^2-7x+10}{(x-2)(x^2+1)}$$

$$\frac{6x^2-7x+10}{(x-2)(x^2+1)}$$

$$\frac{6x^2 - 7x + 10}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$6x^2 - 7x + 10 = A(x^2 + 1) + (Bx + C)(x - 2)$$

$$x = 2 \Rightarrow 20 = 5A \Rightarrow A = 4$$

$$x = 0 \Rightarrow 10 = 4 - 2C \Rightarrow C = -3$$

$$x = 1 \Rightarrow 9 = 8 + (B - 3)(-1) \Rightarrow B = 2$$

$$\frac{6x^2 - 7x + 10}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{4}{x-2} + \frac{2x-3}{x^2+1}$$

National Center  
for Curriculum Development

National Center  
for Curriculum Development

4

5

$$\frac{2-3x-4x^2}{x(x-1)(1-2x)}$$

6

$$\frac{x}{8x^2 - 10x + 3}$$

$$\frac{2-3x-4x^2}{x(x-1)(1-2x)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{1-2x}$$

$$2 - 3x - 4x^2 = A(x - 1)(1 - 2x) + Bx(1 - 2x) + Cx(x - 1)$$

$$x = 0 \Rightarrow 2 = -A \Rightarrow A = -2$$

5

$$x = 1 \Rightarrow -5 = -B \Rightarrow B = 5$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 - \frac{3}{2} - 1 = -\frac{1}{4}C \Rightarrow C = 2$$

$$\frac{2-3x-4x^2}{x(x-1)(1-2x)} = \frac{-2}{x} + \frac{5}{x-1} + \frac{2}{1-2x}$$

National Center  
for Curriculum Development

National Center  
for Curriculum Development

$$\frac{x}{8x^2 - 10x + 3} = \frac{x}{(4x - 3)(2x - 1)} = \frac{A}{(4x - 3)} + \frac{B}{(2x - 1)}$$

$$x = A(2x - 1) + B(4x - 3)$$

6

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{2}A \Rightarrow A = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = -B \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{8x^2 - 10x + 3} = \frac{3}{2(4x - 3)} + \frac{-1}{2(2x - 1)}$$

National Center  
for Curriculum Development

7  $\frac{1}{2x^3 - 3x^2 - 32x - 15}$

8  $\frac{9x^2 - 9x + 6}{2x^3 - x^2 - 8x + 4}$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2x^3 - 3x^2 - 32x - 15} &= \frac{1}{(x+3)(x-5)(2x+1)} \\ &= \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x-5)} + \frac{C}{(2x+1)} \\ 1 &= A(x-5)(2x+1) + B(x+3)(2x+1) + C(x+3)(x-5)\end{aligned}$$

7  $x = -3 \Rightarrow 1 = 40A \Rightarrow A = \frac{1}{40}$

$$x = 5 \Rightarrow 1 = 88B \Rightarrow B = \frac{1}{88}$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 1 = -\frac{55}{4}C \Rightarrow C = -\frac{4}{55}$$

$$\frac{1}{2x^3 - 3x^2 - 32x - 15} = \frac{1}{40(x+3)} + \frac{1}{88(x-5)} - \frac{4}{55(2x+1)}$$

$$\frac{9x^2 - 9x + 6}{2x^3 - x^2 - 8x + 4} = \frac{9x^2 - 9x + 6}{(x-2)(x+2)(2x-1)}$$

$$= \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+2)} + \frac{C}{(2x-1)}$$

$$9x^2 - 9x + 6 = A(x+2)(2x-1) + B(x-2)(2x-1) + C(x-2)(x+2)$$

8  $x = 2 \Rightarrow 24 = 12A \Rightarrow A = 2$

$$x = -2 \Rightarrow 60 = 20B \Rightarrow B = 3$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{15}{4} = -\frac{15}{4}C \Rightarrow C = -1$$

$$\frac{9x^2 - 9x + 6}{2x^3 - x^2 - 8x + 4} = \frac{2}{(x-2)} + \frac{3}{(x+2)} + \frac{-1}{(2x-1)}$$

9  $\frac{5 + 3x - x^2}{-x^3 + 3x^2 + 4x - 12}$

10  $\frac{(x-3)^2}{x^3 - 16x}$

$$\begin{aligned}\frac{5 + 3x - x^2}{-x^3 + 3x^2 + 4x - 12} &= \frac{x^2 - 3x - 5}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12} = \frac{x^2 - 3x - 5}{(x-2)(x+2)(x-3)} \\ &= \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+2)} + \frac{C}{(x-3)}\end{aligned}$$

$$x^2 - 3x - 5 = A(x+2)(x-3) + B(x-2)(x-3) + C(x-2)(x+2)$$

9  $x = 2 \Rightarrow -7 = -4A \Rightarrow A = \frac{7}{4}$

$$x = -2 \Rightarrow 5 = 20B \Rightarrow B = \frac{1}{4}$$

$$x = 3 \Rightarrow -5 = 5C \Rightarrow C = -1$$

$$\frac{5 + 3x - x^2}{-x^3 + 3x^2 + 4x - 12} = \frac{7}{4(x-2)} + \frac{1}{4(x+2)} + \frac{-1}{(x-3)}$$

$$\frac{(x-3)^2}{x^3-16x} = \frac{(x-3)^2}{x(x+4)(x-4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+4)} + \frac{C}{(x-4)}$$

$$(x-3)^2 = A(x+4)(x-4) + Bx(x-4) + Cx(x+4)$$

$$x = 0 \Rightarrow 9 = -16A \Rightarrow A = -\frac{9}{16}$$

$$x = -4 \Rightarrow 49 = 32B \Rightarrow B = \frac{49}{32}$$

$$x = 4 \Rightarrow 1 = 32C \Rightarrow C = \frac{1}{32}$$

$$\frac{(x-3)^2}{x^3-16x} = \frac{-9}{16x} + \frac{49}{32(x+4)} + \frac{1}{32(x-4)}$$

10

11

12

$$\frac{7x-3}{x^2-8x+16}$$

$$\frac{1}{(x+1)(x-2)^2}$$

11

$$\frac{7x-3}{x^2-8x+16} = \frac{7x-3}{(x-4)^2} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2}$$

$$7x-3 = A(x-4) + B$$

$$x = 4 \Rightarrow 25 = B \Rightarrow B = 25$$

$$x = 0 \Rightarrow -3 = -4A + 25 \Rightarrow A = 7$$

$$\frac{7x-3}{x^2-8x+16} = \frac{7}{x-4} + \frac{25}{(x-4)^2}$$

12

$$\frac{1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

$$1 = A(x-2)^2 + B(x+1)(x-2) + C(x+1)$$

$$x = -1 \Rightarrow 1 = 9A \Rightarrow A = \frac{1}{9}$$

$$x = 2 \Rightarrow 1 = 3C \Rightarrow C = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \Rightarrow 1 = \frac{4}{9} - 2B \Rightarrow B = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{1}{9(x+1)} + \frac{-1}{9(x-2)} + \frac{1}{3(x-2)^2}$$

$$13 \quad \frac{2x^3 - x - 6}{x^3 + 4x^2 + 4x}$$

$$\frac{x-3}{x^3+3x}$$

$$\frac{2x^2 - x - 6}{x^3 + 4x^2 + 4x} = \frac{2x^2 - x - 6}{x(x+2)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{(x+2)^2}$$

$$2x^2 - x - 6 = A(x + 2)^2 + Bx(x + 2) + Cx$$

$$x = 0 \Rightarrow -6 = 4A \Rightarrow A = -\frac{3}{2}$$

$$x = -2 \Rightarrow 4 = -2c \Rightarrow c = -2$$

$$x = 1 \Rightarrow -5 = -\frac{27}{2} + 3B - 2 \Rightarrow B = \frac{7}{2}$$

$$\frac{2x^2 - x - 6}{x^3 + 4x^2 + 4x} = \frac{-3}{2x} + \frac{7}{2(x+2)} + \frac{-2}{(x+2)^2}$$

$$\frac{x-3}{x^3+3x} = \frac{x-3}{x(x^2+3)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$$

$$x - 3 = A(x^2 + 3) + (Bx + C)(x)$$

$$x = 0 \Rightarrow -3 = 3A \Rightarrow A = -1$$

$$(1) + (1) \Rightarrow 2B = 2 \Rightarrow B = 1, C = 1$$

$$\frac{x-3}{x^3+3x} = \frac{-1}{x} + \frac{x+1}{x^2+3}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 40}{x^3 - 125}$$

$$\frac{-2x^3 - 30x^2 + 36x + 216}{x^3 + 216}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 40}{x^3 - 125} = \frac{x^2 + 2x + 40}{(x - 5)(x^2 + 5x + 25)} = \frac{A}{x - 5} + \frac{Bx + C}{x^2 + 5x + 25}$$

$$x^2 + 2x + 40 = A(x^2 + 5x + 25) + (Bx + C)(x - 5)$$

$$x = 5 \Rightarrow 75 = 75A \Rightarrow A = 1$$

$$x = 0 \Rightarrow 40 = 25 - 5c \Rightarrow c = -3$$

$$x = 1 \Rightarrow 43 = 31 - 4B + 12 \Rightarrow B = 0$$

$$\frac{x^2 + 2x + 40}{x^3 - 125} = \frac{1}{x-5} + \frac{-3}{x^2 + 5x + 25}$$

$$\begin{aligned} \frac{-2x^3 - 30x^2 + 36x + 216}{x^3 + 216} &= -2 + \frac{-30x^2 + 36x + 648}{x^3 + 216} \\ &= -2 + \frac{-30x^2 + 36x + 648}{(x+6)(x^2 - 6x + 36)} \end{aligned}$$

16

$$\begin{aligned} \frac{-30x^2 + 36x + 648}{(x+6)(x^2 - 6x + 36)} &= \frac{A}{x+6} + \frac{Bx+C}{x^2 - 6x + 36} \\ -30x^2 + 36x + 648 &= A(x^2 - 6x + 36) + (Bx + C)(x + 6) \\ x = -6 \Rightarrow -1080 - 216 + 648 &= 108A \Rightarrow A = -6 \\ x = 0 \Rightarrow 648 = -216 + 6C &\Rightarrow C = 144 \\ x = 1 \Rightarrow 654 = -186 + 7B + 1008 &\Rightarrow B = -24 \\ \frac{-2x^3 - 30x^2 + 36x + 216}{x^3 + 216} &= -2 + \frac{-6}{x+6} + \frac{-24x + 144}{x^2 - 6x + 36} \end{aligned}$$

17

$$\frac{x^3 + 12x^2 + 33x + 2}{x^2 + 8x + 15}$$

18

$$\frac{x^5 - 2x^4 + x^3 + x + 5}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

17

$$\begin{aligned} \frac{x^3 + 12x^2 + 33x + 2}{x^2 + 8x + 15} &= x + 4 + \frac{-14x - 58}{x^2 + 8x + 15} = x + 4 + \frac{-14x - 58}{(x+3)(x+5)} \\ \frac{-14x - 58}{(x+3)(x+5)} &= \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x+5)} \\ -14x - 58 &= A(x+5) + B(x+3) \\ x = -3 \Rightarrow 42 - 58 &= 2A \Rightarrow A = -8 \\ x = -5 \Rightarrow 70 - 58 &= -2B \Rightarrow B = -6 \\ \frac{x^3 + 12x^2 + 33x + 2}{x^2 + 8x + 15} &= x + 4 + \frac{-8}{(x+3)} + \frac{-6}{(x+5)} \end{aligned}$$

18

$$\begin{aligned} \frac{x^5 - 2x^4 + x^3 + x + 5}{x^3 - 2x^2 + x - 2} &= x^2 + \frac{2x^2 + x + 5}{x^3 - 2x^2 + x - 2} \\ &= x^2 + \frac{2x^2 + x + 5}{(x-2)(x^2 + 1)} \\ \frac{2x^2 + x + 5}{(x-2)(x^2 + 1)} &= \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2 + 1} \\ 2x^2 + x + 5 &= A(x^2 + 1) + (Bx + C)(x - 2) \\ x = 2 \Rightarrow 15 = 5A &\Rightarrow A = 3 \\ x = 0 \Rightarrow 5 = 3 - 2C &\Rightarrow C = -1 \\ x = 1 \Rightarrow 8 = 6 - B + 1 &\Rightarrow B = -1 \\ \frac{x^5 - 2x^4 + x^3 + x + 5}{x^3 - 2x^2 + x - 2} &= x^2 + \frac{3}{x-2} + \frac{-x-1}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

أُبَيْنَ أَنَّهُ يُمْكِنُ كِتَابَةُ  $\frac{1}{x^2 - a^2}$  فِي صُورَةِ  $\frac{1}{2a(x-a)} - \frac{1}{2a(x+a)}$  حِيثُ  $a$  عَدْدٌ حَقِيقِيٌّ لَا يُسَاوِي صَفَرًا.

19

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2 - a^2} &= \frac{1}{(x-a)(x+a)} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x+a)} \\ 1 &= A(x+a) + B(x-a) \\ x = a &\Rightarrow 1 = 2aA \Rightarrow A = \frac{1}{2a} \\ x = -a &\Rightarrow 1 = -2aB \Rightarrow B = -\frac{1}{2a} \\ \frac{1}{x^2 - a^2} &= \frac{1}{2a(x-a)} + \frac{-1}{2a(x+a)} \end{aligned}$$

19

إِذَا كَانَ:  $\frac{5x}{(x+3)^2} = \frac{p}{x+3} - \frac{3p}{(x+3)^2}$  ، فَأَجِدْ قِيمَةَ  $p$ .

20

$$\begin{aligned} \frac{5x}{(x+3)^2} &= \frac{p}{x+3} - \frac{3p}{(x+3)^2} = \frac{p(x+3) - 3p}{(x+3)^2} \\ \Rightarrow p(x+3) - 3p &= 5x \\ x = -2 \Rightarrow p - 3p &= -10 \\ \Rightarrow p &= 5 \end{aligned}$$

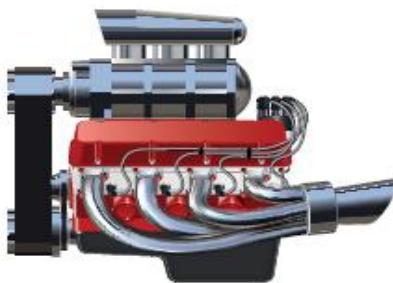
20

إِذَا كَانَ:  $\frac{x^2 + 8x + 7}{(x-1)^2(x^2 + 2)} = \frac{px - 37}{9(x^2 + 2)} - \frac{p}{9(x-1)} + \frac{8p}{3(x-1)^2}$  ، فَأَجِدْ قِيمَةَ  $p$ .

21

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 8x + 7}{(x-1)^2(x^2 + 2)} &= \frac{px - 37}{9(x^2 + 2)} - \frac{p}{9(x-1)} + \frac{8p}{3(x-1)^2} \\ &= \frac{(px - 37)(x-1)^2 - p(x-1)(x^2 + 2) + 24p(x^2 + 2)}{9(x-1)^2(x^2 + 2)} \\ \Rightarrow 9(x^2 + 8x + 7) &= (px - 37)(x-1)^2 - p(x-1)(x^2 + 2) + 24p(x^2 + 2) \\ x = 1 \Rightarrow 144 &= 72p \\ \Rightarrow p &= 2 \end{aligned}$$

21



هندسة ميكانيكية: يستعمل الاقتران الآتي لتقدير درجة الحرارة لعadam مُحرّك ديزل:

$$R(x) = \frac{2000(4 - 3x)}{(11 - 7x)(7 - 4x)}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

حيث  $x$  مقدار جهد المُحرّك، و  $R(x)$  درجة الحرارة بالفهرنهايت:

أجّزئ الاقتران  $R(x)$  إلى كسور جزئية. 22

إذا كان  $(x)$  يُمثّل الفرق بين اقتران أعلى درجة حرارة للعadam واقتران أقل درجة حرارة للعadam، فأجد كلاً من الاقترانين، وأستعين بالسؤال السابق في عملية الحل. 23

$$\begin{aligned} \frac{2000(4 - 3x)}{(11 - 7x)(7 - 4x)} &= \frac{A}{(11 - 7x)} + \frac{B}{(7 - 4x)} \\ 2000(4 - 3x) &= A(7 - 4x) + B(11 - 7x) \\ x = \frac{11}{7} &\Rightarrow -\frac{10000}{7} = \frac{5}{7}A \Rightarrow A = -2000 \\ x = \frac{7}{4} &\Rightarrow \frac{32000}{7} = -\frac{5}{4}B \Rightarrow B = 2000 \\ \frac{2000(4 - 3x)}{(11 - 7x)(7 - 4x)} &= \frac{-2000}{(11 - 7x)} + \frac{2000}{(7 - 4x)} \end{aligned}$$

اقتران أعلى درجة حرارة هو  $\frac{2000}{7-4x}$ ، اقتران أدنى درجة حرارة هو  $\frac{2000}{11-7x}$ . 23

أحلّ المسألة الواردة في بداية الدرس. 24



مسألة اليوم يُمثّل الاقتران:  $v = \frac{t^2 - 5t + 6}{(t + 2)(t^2 - 1)}$  العلاقة بين سرعة سيّارة  $v$  بالكيلومتر لكل ساعة والزمن  $t$  بالساعات. هل يمكن كتابة الاقتران  $v$  في صورة مجموع مقدارين جبريين نسبيين، مقام أحدهما  $(t + 2)$ ، ومقام الآخر  $(t^2 - 1)$ ؟ 24

$$\frac{t^2 - 5t + 6}{(t+2)(t^2 - 1)} = \frac{t^2 - 5t + 6}{(t+2)(t-1)(t+1)} = \frac{A}{(t+2)} + \frac{B}{(t-1)} + \frac{C}{(t+1)}$$

$$t^2 - 5t + 6 = A(t-1)(t+1) + B(t+2)(t+1) + C(t+2)(t-1)$$

$$t = -2 \Rightarrow 20 = 3A \Rightarrow A = \frac{20}{3}$$

$$t = 1 \Rightarrow 2 = 6B \Rightarrow B = \frac{1}{3}$$

$$t = -1 \Rightarrow 12 = -2C \Rightarrow C = -6$$

$$24 \quad \frac{t^2 - 5t + 6}{(t+2)(t^2 - 1)} = \frac{\frac{20}{3}}{(t+2)} + \frac{\frac{1}{3}}{(t-1)} + \frac{-6}{(t+1)}$$

$$= \frac{\frac{20}{3}}{(t+2)} + \frac{\frac{1}{3}(t+1) - 6(t-1)}{(t^2 - 1)}$$

$$= \frac{\frac{20}{3}}{(t+2)} + \frac{\frac{-17}{3}t + \frac{19}{3}}{(t^2 - 1)}$$

نعم يمكن.

### مهارات التفكير العليا



تحدد: أجزاءً كُلّاً من المقادير النسبية الآتية إلى كسور جزئية:

$$25 \quad \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 3}{x^4}$$

$$26 \quad \frac{2x^2 + 6x - 5}{(x-2)^3}$$

$$27 \quad \frac{3x^3 + 12x - 20}{x^4 - 8x^2 + 16}$$

25

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 3}{x^4} = \frac{x^3}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} - \frac{4x}{x^4} + \frac{3}{x^4}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3} + \frac{3}{x^4}$$

$$\frac{2x^2 + 6x - 5}{(x-2)^3} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$$

$$2x^2 + 6x - 5 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

$$x = 2 \Rightarrow 15 = C \Rightarrow C = 15$$

$$26 \quad x = 3 \Rightarrow 31 = A + B + 15 \Rightarrow A + B = 16 \dots \dots \dots (1)$$

$$x = 1 \Rightarrow 3 = A - B + 15 \Rightarrow A - B = -12 \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2A = 4 \Rightarrow A = 2, B = 14$$

$$\frac{2x^2 + 6x - 5}{(x-2)^3} = \frac{2}{(x-2)} + \frac{14}{(x-2)^2} + \frac{15}{(x-2)^3}$$

$$\frac{3x^3 + 12x - 20}{x^4 - 8x^2 + 16} = \frac{3x^3 + 12x - 20}{(x^2 - 4)^2} = \frac{3x^3 + 12x - 20}{(x-2)^2(x+2)^2}$$

$$= \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x+2)} + \frac{D}{(x+2)^2}$$

$$3x^3 + 12x - 20 = A(x-2)(x+2)^2 + B(x+2)^2 + C(x+2)(x-2)^2 + D(x-2)^2$$

$$x = 2 \Rightarrow 28 = 16B \Rightarrow B = \frac{7}{4}$$

$$27 \quad x = -2 \Rightarrow -68 = 16D \Rightarrow D = -\frac{17}{4}$$

$$x = 0 \Rightarrow -20 = -8A + 7 + 8C - 17 \Rightarrow -4A + 4C = -5 \dots \dots \dots (1)$$

$$x = 4 \Rightarrow 220 = 72A + 63 + 24C - 17 \Rightarrow 36A + 12C = 87 \dots \dots \dots (2)$$

$$9 \times (1) + (2) \Rightarrow 48C = 42 \Rightarrow C = \frac{7}{8}, A = \frac{17}{8}$$

$$\frac{3x^3 + 12x - 20}{x^4 - 8x^2 + 16} = \frac{17}{8(x-2)} + \frac{7}{4(x-2)^2} + \frac{7}{8(x+2)} - \frac{17}{4(x+2)^2}$$

**اكتشف الخطأ:** بدأت رنيم خطوات تجزئة المقدار  $\frac{5x+2}{(x+3)^2}$  كالتالي: 28

$$\frac{5x+2}{(x+3)^2} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x+3}$$

أُحدّد الخطأ الذي وقعت فيه رنيم، ثم أصحّحه.

الخطأ الذي وقعت فيه رنيم هو أنها جعلت مقام الكسرين متساوين في حين أنه يجب أن يجعل مقام الكسر الثاني  $(x+3)^2$ . تكون الخطوة الأولى الصحيحة على النحو الآتي:

28

$$\frac{5x+2}{(x+3)^2} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{(x+3)^2}$$

تبرير: إذا كان  $\frac{ax+b}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$  ، فأجد قيمة كل من  $A$  و  $B$  بدلالة المُتغيّرين  $a$  و  $b$ ، ثم أُبرّر إجابتي. 29

$$\frac{ax+b}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$ax+b = A(x+1) + B(x-1)$$

29

$$x = 1 \Rightarrow a + b = 2A \Rightarrow A = \frac{a+b}{2}$$

$$x = -1 \Rightarrow -a + b = -2B \Rightarrow B = \frac{-a+b}{-2} = \frac{a-b}{2}$$

مسألة مفتوحة: أكتب اقتراناً نسبياً في صورة  $\frac{f(x)}{g(x)}$  ، بحيث تحتوي مقامات كسوره الجزئية على عوامل خطية غير مُكرّرة. 30

تنوع الإجابات. هذا مثال لإجابة محتملة:

$$\begin{aligned} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{x^2 - 2x + 7}{2x^3 - 7x^2 + 9} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 7}{(x-3)(2x^2 - x - 3)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 7}{(x-3)(2x-3)(x+1)} \\ &= \frac{A}{x-3} + \frac{B}{2x-3} + \frac{C}{x+1} \\ &= \frac{5}{6(x-3)} - \frac{5}{3(2x-3)} + \frac{1}{2(x+1)} \end{aligned}$$

