الرياضيات

إجابات تدريبات ومسائل
الدرس الأول
(نظريتا الباقي والعامل)

كتاب التمارين(صفحة11)

الصف : الثاني عشر (متقدم)

إعداد المعلمة :- لينا دباس

الدرس 1

نظريتا الباقي والعوامل

Remainder and Factor Theorems

أستعمل طريقة الجدول لإيجاد ناتج القسمة والباقي في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $(6x^3 - 7x^2 + 6x + 45) \div (2x + 3)$

2 $(3x^4 + x^3 - 9x^2 - 8x + 9) \div (x - 2)$

1

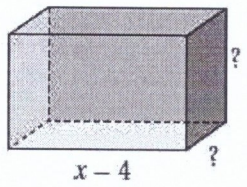
×	$3x^2$	$-8x$	15	
$2x$	$6x^3$	$-16x^2$	$30x$	0
3	$9x^2$	$-24x$	45	

ناتج القسمة $3x^2 - 8x + 15$ والباقي 0

2

×	$3x^3$	$7x^2$	$5x$	2	
x	$3x^4$	$7x^3$	$5x^2$	$2x$	13
-2	$-6x^3$	$-14x$	$-10x$	-4	

ناتج القسمة $3x^3 + 7x^2 + 5x + 2$ والباقي 13



3 يُمثِّل الاقتران: $V(x)=x^3+3x^2-36x+32$ حجم متوازي المستطيلات المجاور.

أجد الأبعاد الأُخرى لمتوازي المستطيلات بدلالة x.

$V = L \times W \times h$

$\frac{x^3+3x^2-36x+32}{x-4} = \frac{x-4 * w * h}{x-4}$

$\frac{x^3+3x^2-36x+32}{x-4} = w*h$

3

×	x^2	$7x$	-8	
x	x^3	$7x^2$	$-8x$	0
-4	$-4x^2$	$-28x$	32	

$x^3+3x^2-36x+32=(x-4)(x^2+7x-8)=(x-4)(x-1)(x+8)$

أبعاد متوازي المستطيلات $(x-4)$, $(x-1)$, $(x+8)$

---

4 إذا كان باقي قسمة: $f(x)=2x^3-x^2+ax+6$ على $h(x)=x+2$ يساوي (-4)، فما قيمة a؟

4

$f(x)=2x^3-x^2+ax+6$

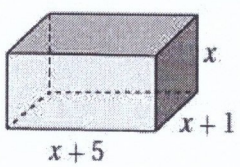
$f(-2)=-4 \Rightarrow 2(-2)^3-(-2)^2+a(-2)+6=-4$

$\Rightarrow -16-4-2a+6=-4 \Rightarrow -14-2a=-4$

$+14 \quad +14$

$\Rightarrow a=-5 \qquad -2a=10$

$\frac{-2a}{-2}=\frac{10}{-2}$



5 أجد أبعاد متوازي المستطيلات في الشكل المجاور إذا كان حجمه $180\ cm^3$

$V = L \times W \times h$

$x(x+5)(x+1)=180 \Rightarrow x^3+6x^2+5x=180$

$\Rightarrow x^3+6x^2+5x-180=0$

عوامل الحد الثابت هي:

$\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6, \pm9, \pm10, \pm12, \pm15, \pm18, \pm20, \pm30, \pm36, \pm45, \pm60, \pm$

$(4)^3 + 6(4)^2 + 5(4) - 180 = 0 \implies (x-4)$ عامل

×	x^2	$10x$	45	
x	x^3	$10x^2$	$45x$	0
-4	$-4x^2$	$-40x$	-180	

$$x^3 + 6x^2 + 5x - 180 = 0 \implies (x-4)(x^2 + 10x + 45) = 0$$

$$\implies x = 4 \quad (x^2 + 10x + 45 \text{ مميزها سالب})$$

لا تحلل

أبعاد متوازي المستطيلات :-

الطول = $4 + 5 = 9$ cm

العرض = $4 + 1 = 5$ cm

الإرتفاع = 4 cm

---

6 إذا كان باقي قسمة: $f(x) = ax^3 + bx^2 + bx + 3$ على $h(x) = x - 1$ يساوي (4)، وكان $(x+1)$ عاملًا من عوامل $f(x)$، فما قيمة كلٍّ من a، وb؟

$f(x) = ax^3 + bx^2 + bx + 3$

$f(-1) = 0 \implies a(-1)^3 + b(-1)^2 + b(-1) + 3 = 0$

$\implies -a + b - b + 3 = 0$

$\implies -a + 3 = 0$

$\implies a = 3$

$f(1) = 4 \implies a(1)^3 + b(1)^2 + b(1) + 3 = 4$

$\implies a + b + b + 3 = 4$

$\implies a + 2b = 1$

$\implies 3 + 2b = 1$

$\implies b = -1$

أُحلِّل كل اقتران ممّا يأتي تحليلًا تامًّا:

7 $3x^3+14x^2-7x-10$

8 $2x^4+x^3-5x^2+2x$

$3x^3+14x^2-7x-10$

عوامل الحد الثابت هي: $\pm1,\pm2,\pm5,\pm10$

$3(1)^3+14(1)^2-7(1)-10=0 \Rightarrow (x-1)$ عامل

×	$3x^2$	$17x$	10	
x	$3x^3$	$17x^2$	$10x$	0
-1	$-3x^2$	$-17x$	-10	

$$3x^3+14x^2-7x-10=(x-1)(3x^2+17x+10)$$
$$=(x-1)(3x+2)(x+5)$$

8

$2x^4+x^3-5x^2+2x=x(2x^3+x^2-5x+2)$

عوامل الحد الثابت هي: $\pm1,\pm2$

$2(1)^3+(1)^2-5(1)+2=0 \Rightarrow (x-1)$ عامل

×	$2x^2$	$3x$	-2	
x	$2x^3$	$3x^2$	$-2x$	0
-1	$-2x^2$	$-3x$	2	

$$2x^4+x^3-5x^2+2x=x(2x^3+x^2-5x+2)$$
$$=x(x-1)(2x^2+3x-2)$$
$$=x(x-1)(2x-1)(x+2)$$

9

$3x^3 - 4x^2 - 6x + 4 = 0$

عوامل الحد الثابت هي: $\pm1, \pm2, \pm4$

$3(2)^3 - 4(2)^2 - 6(2) + 4 = 0 \implies (x-2)$ عامل

×	$3x^2$	$2x$	-2	
x	$3x^3$	$2x^2$	$-2x$	0
-2	$-6x^2$	$-4x$	4	

$3x^3 - 4x^2 - 6x + 4 = 0 \implies (x-2)(3x^2 + 2x - 2) = 0$

$x - 2 = 0 \implies \boxed{x = 2}$

$3x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow$ بالقانون العام

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4*3*-2}}{2*3}$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{28}}{6} \implies x = \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{6}$

$\boxed{x = \dfrac{-1+\sqrt{7}}{3}}$ ، $\boxed{x = \dfrac{-1-\sqrt{7}}{3}}$

10

$2x^3 + 5x^2 - 16x - 36 = 0$

عوامل الحد الثابت هي: $\pm1, \pm2, \pm4, \pm6, \pm9, \pm18, \pm36$

$2(-2)^3 + 5(-2)^2 - 16(-2) - 36 = 0 \implies (x+2)$ عامل

×	$2x^2$	x	-18	
x	$2x^3$	x^2	$-18x$	0
2	$4x^2$	$2x$	-36	

$2x^3 + 5x^2 - 16x - 36 = 0 \implies (x+2)(2x^2 + x - 18) = 0$

$x + 2 = 0 \implies \boxed{x = -2}$

$2x^2 + x - 18 = 0 \rightarrow$ بالقانون العام

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - 4*2*-18}}{4}$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{145}}{4}$

$x = -2$ ، $x = \dfrac{-1+\sqrt{145}}{4}$

$x = \dfrac{-1-\sqrt{145}}{4}$

11 يزيـد ارتفاع مخـروط 5 cm على طول نصف قُطْـر قاعدته. إذا كان حجـم هذا المخـروط $24\pi\ cm^3$، فما أبعاده؟
(حجم المخروط هو $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$، حيث r نصف قُطْر القاعدة، وh الارتفاع).

11

نفرض طول نصف قطر قاعدة المخروط r وارتفاعه h وحجمه V ،

فيكون: $h = r + 5$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$24\pi = \frac{1}{3}\pi r^2(r+5) \Longrightarrow 72 = r^2(r+5)$$

$$\Longrightarrow 72 = r^3 + 5r^2$$

$$\Longrightarrow r^3 + 5r^2 - 72 = 0$$

عوامل الحد الثابت هي: $\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm6, \pm8, \pm9, \pm12, \pm18, \pm24, \pm36, \pm72$

$(3)^3 + 5(3)^2 - 72 = 0 \Longrightarrow (x-3)$ عامل

×	r^2	$8r$	24	
r	r^3	$8r^2$	$24r$	0
-3	$-3r^2$	$-24r$	-72	

$$r^3 + 5r^2 - 72 = 0 \Longrightarrow (r-3)(r^2+8r+24) = 0$$

$$\Longrightarrow r = 3 \quad (r^2+8r+24 \text{ مميز ها سالب})$$

أبعاد المخروط هي: $r = 3\ cm, h = 8\ cm$

انتهت الحلول - معلمتكم : لينا دباس