الوحدة الثانية

العلاقات والاقترانات

الدرس1

الاقترانات

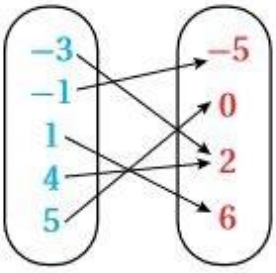
العلاقة: ربط بين مدخلات قيم x وخرجات قيم y

تمثِّلُ مجموعةُ الأزواجِ المُرَتَّبَةِ الآتيةِ علاقةً:

$$\{(1, 6), (-3, 2), (5, 0), (-1, -5), (4, 2)\}$$

ويمكنُ التعبيرُ عنْ هذهِ العلاقةِ بطرائقَ مختلفةٍ، كما يأتي:

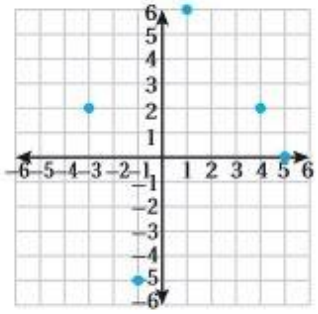
مُخَطَّطٌ سهميٌّ



جدولُ مُدخلاتٍ وَمُخرجاتٍ

x	y
1	6
−3	2
5	0
−1	−5
4	2

تمثيلٌ بيانيٌّ



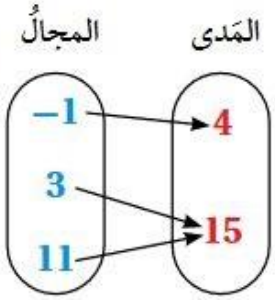
المجال: المدخلات (قيم x)

المدى: المخرجات (قيم y)

الاقتران : هو علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر وحيد في المدى

مثال: أُحَدِّدُ مجالَ كلِّ علاقةٍ ممّا يأتي وَمَداها، ثمَّ أُحَدِّدُ ما إذا كانتْ تمثِّلُ اقترانًا أمْ لا:

a)



b)

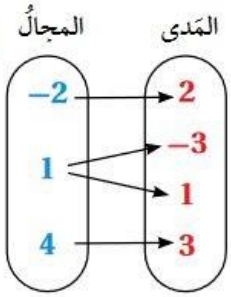
x	5	2	−7	2	5
y	4	8	9	12	14

c) $\{(-2, 5), (0, 2), (4, 5), (5, 6)\}$

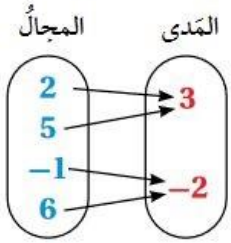
d) $\{(6, 5), (4, 3), (6, 4), (5, 8)\}$

مثال: أُحَدِّدُ مجالَ كُلِّ علاقةٍ مِمّا يأتي ومداها، ثمَّ أُحَدِّدُ ما إذا كانتْ تُمَثِّلُ اقترانًا أمْ لا:

1)



2)



3)

x	4	2	−3	4	−4
y	0	−1	0	−1	0

4)

x	−2	−1	0	1	2
y	−3	−3	−3	−3	−3

5) $\{(-2, 5), (-1, 2), (0, 4), (1, -9)\}$

6) $\{(4, 2), (1, 1), (0, 0), (1, -1), (4, -2)\}$

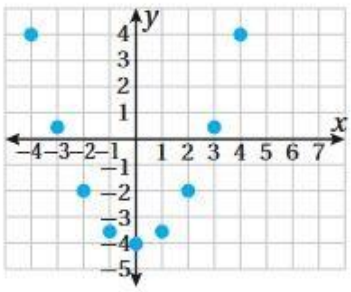
الاقتران المتصل والاقتران المنفصل

الاقتران المتصل: هو الاقتران الذي يمثّل في المستوى البياني على شكل منحى بدون تقطيع

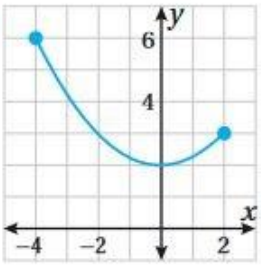
الاقتران المنفصل: هو الاقتران الذي يمثّل في المستوى البياني بنقاط غير متصلة

مثال: أُحَدِّدُ ما إذا كانَ كلُّ اقترانٍ ممّا يأتي مُنفَصِلًا أمْ مُتَّصِلًا، ثمَّ أُحَدِّدُ مجالَهُ وَمَداهُ:

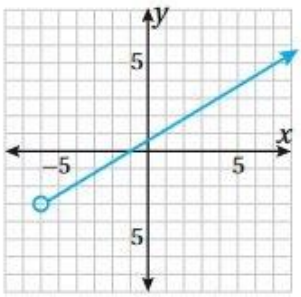
a)



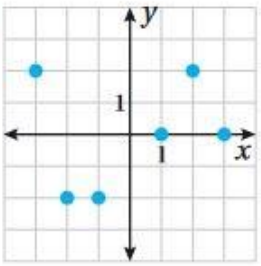
b)



c)

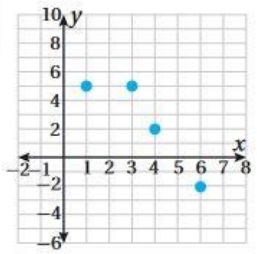


d)

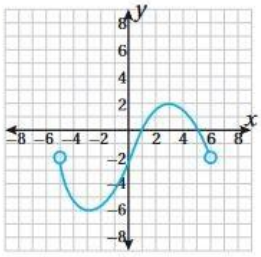


مثال: أُحَدِّدُ ما إذا كانَ كُلُّ اقترانٍ ممّا يأتي مُنفَصِلًا أمْ مُتَّصِلًا، ثمَّ أُحَدِّدُ مجالَهُ وَمَداهُ:

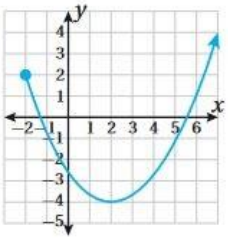
1)



2)



3)



اختبار الخط الرأسي

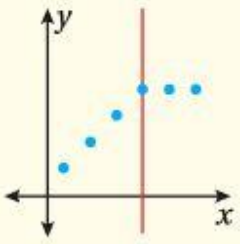
مفهومٌ أساسيٌّ

اختبارُ الخطِّ الرأسيِّ

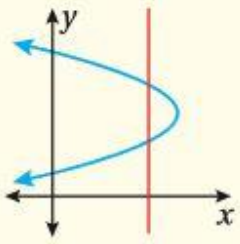
بالكلماتِ: تُعَدُّ العلاقةُ المُمَثَّلَةُ بيانيًّا اقترانًا إذا لم يَقطَعْ أيُّ خطٍّ رأسيٍّ تمثيلَها البيانيَّ في أكثرِ مِنْ نقطةٍ واحدةٍ.

أمثلةٌ:

اقترانٌ

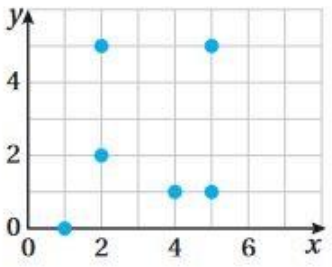


ليسَتِ اقترانًا

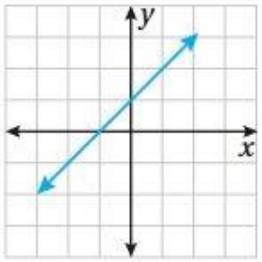


مثال: أُحَدِّدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ المُمَثَّلَةُ بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي تُمَثِّلُ اقترانًا أمْ لا، مُبَرِّرًا إجابتي:

a)

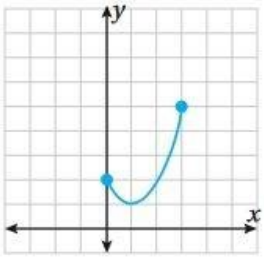


b)

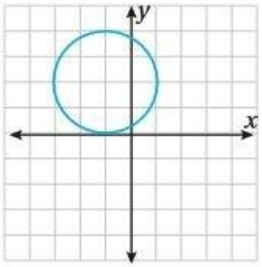


مثال: أُحَدِّدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ المُعطى تمثيلُها البيانيُّ في كُلٍّ ممّا يأتي تُمَثِّلُ اقترانًا أمْ لا

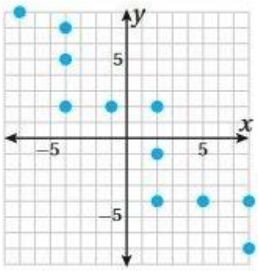
1)



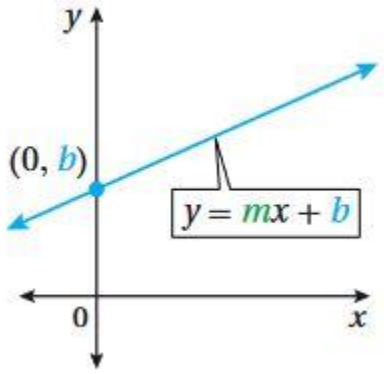
2)



3)



الاقتران الخطي



يمكنُ أيضًا كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ الخطيِّ باستعمالِ رمزِ الاقترانِ $f(x)$ على الصورةِ الآتيةِ:

$$f(x) = mx + b$$

وَتُمَثِّلُ قِيَمُ x عناصرَ مجالِ الاقترانِ f، أمّا قِيَمُ $f(x)$ فَتُمَثِّلُ عناصرَ مَداهُ.

مثال: إذا كانَ $g(x) = 10 - x$

a) أَجِدُ $g(-5)$

b) أَجِدُ $g(3) + 6$

c) أَجِدُ قيمةَ x التي تجعلُ $g(x) = -35$

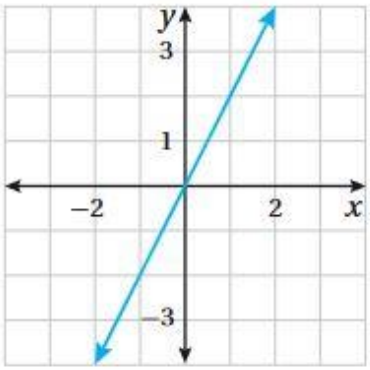
مثال: إذا كانَ $f(x) = 3x - 8$، فَأُجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ تِباعًا:

1) أَجِدُ $f(-3)$ **2)** أَجِدُ $2f(5) - 11$ **3)** أَجِدُ قيمةَ x، التي تجعلُ $f(x) = 19$

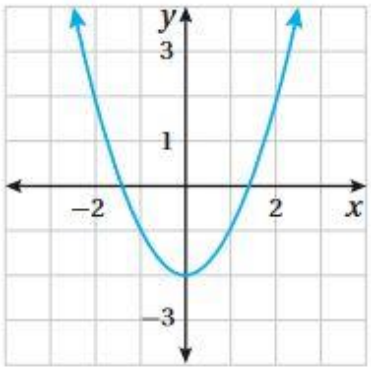
الاقتران غير الخطي

الاقتــرانُ غيــرُ الخطــيِّ (nonlinear function) اقتــرانٌ لا يمكنُ كتابتُهُ علــى الصورةِ $f(x) = mx + b$، وتمثيلُهُ البيانيُّ ليسَ خطًّا مستقيمًا.

اقترانٌ خطيٌّ



اقترانٌ غيرُ خطيٍّ



مثال: إذا كانَ $h(x) = x^3 - 2x + 1$، فَأَجِدُ كُلًّا ممّا يأتي:

a) $h(-2)$

b) $h(1) - 4h(0)$

مثال: إذا كانَ $h(x) = \frac{x+1}{x-1}$، فَأَجِدُ كُلًّا ممّا يأتي:

1) $h(2)$

2) $h(3)$

3) $2h(0) - h(-2)$

تطبيقات من الحياة

مثال: يُمَثِّلُ الاقترانُ $V(c) = 98c$ عددَ وحداتِ فيتامينِ د، التي يمكنُ للإنسانِ أنْ يحصلَ عليها عندَ شربِهِ c كوبًا مِنَ الحليبِ.

1) أَجِدُ عددَ وحداتِ فيتامينِ د، التي يمكنُ للإنسانِ أنْ يحصلَ عليها عندَ شربِ 8 أكوابٍ مِنَ الحليبِ.

2) إذا كانَ الحَدُّ الأقصى لعددِ أكوابِ الحليبِ التي يوصي الأطباءُ المرأةَ الحاملَ أنْ تشرَبَها 4 أكوابٍ، فَأَجِدُ مجالَ الاقترانِ وَمَداهُ.

مثال: يُمَثِّلُ الاقترانُ $d(x) = 12x$ المسافةَ d بالكيلومترِ التي تقطعُها سيّارةٌ باستعمالِ x لترٍ مِنَ الوقودِ. أَجِدُ مجالَ الاقترانِ وَمَداهُ إذا كانَ الحَدُّ الأقصى لِسَعَةِ خَزّانِ السيّارةِ مِنَ الوقودِ 40 L