الوحدة الثالثة

حل المعادلات

الدرس1

حل المعادلات التربيعية بيانياً

المُعادلــةُ التربيعيَّــةُ (quadratic equation) مُعادلــةٌ يمكــنُ كتابتُهــا علــى الصــورةِ: $ax^2 + bx + c = 0$، حيث $a \neq 0$، والتي تُسَــمّى الصورةَ القياسيَّةَ للمُعادلةِ التربيعيَّةِ، ولكلِّ مُعادلةٍ تربيعيَّةٍ اقترانٌ تربيعيٌّ مُرتبطٌ بها يمكنُ الحصولُ عليهِ باستبدالِ $f(x)$ بالعددِ 0.

الاقترانُ التربيعيُّ المُرتبطُ بالمُعادلةِ	المُعادلةُ التربيعيَّةُ
$f(x) = 2x^2 - 3x + 8$	$2x^2 - 3x + 8 = 0$

يمكنُ حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بتحديدِ قِيَمِ x التي يقطعُ عندها منحنى الاقترانِ التربيعيِّ المُرتبطِ بالمُعادلــةِ المحورَ x، وَتُسَــمّى تلكَ القِيَمُ **جذورَ المُعادلــةِ** (roots of the equation) أو **أصفارَ الاقترانِ** (zeros of the function).

يمكنُ حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بيانيًّا باتِّباعِ الخُطواتِ الآتيةِ:

مفهومٌ أساسيٌّ — **حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بيانيًّا**

لحلِّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بيانيًّا أَتَّبِعُ الخُطواتِ الآتيةَ:

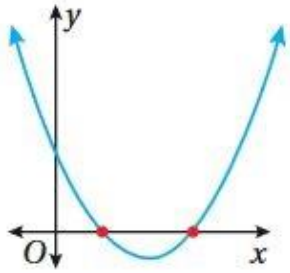
الخُطوةُ 1: أكتبُ المُعادلةَ بالصورةِ القياسيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$

الخُطوةُ 2: أُمَثِّلُ بيانيًّا الاقترانَ التربيعيَّ المُرتبطَ بالمُعادلةِ وَهُوَ: $f(x) = ax^2 + bx + c$

الخُطوةُ 3: أَجِــدُ قِيَمَ x التــي يقطعُ عندها منحنــى الاقترانِ المُرتبــطِ المحورَ x، إنْ وُجِدَتْ، وَهِيَ أصفارُ الاقترانِ المُرتبطِ، التي تُعَدُّ حلولَ المُعادلةِ.

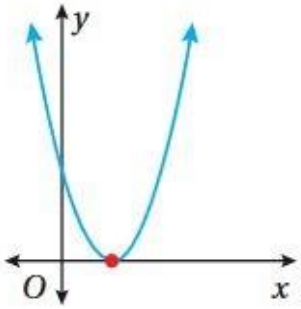
ملاحظة: المعادلة التربيعية يكون لها

1) حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بيانيًّا: حلّانِ حقيقيانِ مختلفانِ



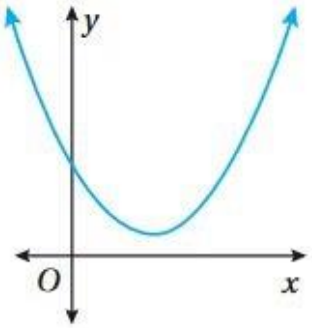
يكــونُ للمُعادلةِ التربيعيَّةِ حلّانِ حقيقيانِ، إذا قطعَ منحنى الاقترانِ التربيعيِّ المُرتبطِ المحورَ x في نقطتَيْنِ، كما في الشكلِ المُجاورِ.

2) حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بيانيًّا: حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ.



يكــونُ للمُعادلةِ التربيعيَّةِ حلٌّ حقيقــيٌّ واحدٌ إذا قطعَ منحنى الاقترانِ التربيعيِّ المُرتبطِ المحــورَ x في نقطةٍ واحدةٍ فقط، كما في الشكلِ المُجاورِ.

3) حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ بيانيًّا: لا توجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ.



لا يكــونُ للمُعادلةِ التربيعيَّةِ حلٌّ حقيقــيٌّ إذا لمْ يقطَعْ منحنى الاقترانِ التربيعيِّ المُرتبطِ بالمُعادلةِ التربيعيَّةِ المحورَ x، كما في الشكلِ المُجاورِ.

مثال: أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بيانِيًّا:

1) $x^2 - 9 = 0$

2) $x^2 - 5x = 0$

3) $-12x^2 = 16$

4) $-x^2 + 12x = 36$

5) $x^2 - 6x + 9 = 0$

6) $x^2 - 6x = 7$

مثال: حل المعادلات التالية بيانياً

1) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $x^2 = 6x - 8$

3) $-x^2 + 4 = 3x$

4) $x^2 + 3x + 6 = 0$

5) $2x^2 - 5x = -6$

6) $2x^2 + 32 = -20x$

مثال: يُبَيِّنُ الشكلُ الآتي مستطيلًا مساحتُهُ $50\ \text{m}^2$. أستعملُ التمثيلَ البيانِيَّ لِأَجِدَ قيمةَ x، مُبَرِّرًا إجابتي.