الدرس الثاني: جمع المتجهات وطرحها

* عند جمع متجهين لهما نفس الاتجاه فيكون الناتج محصلتهما أكبر قيمة
* " " " متعاكسين في الاتجاه " " " أقل قيمة

* عند جمع متجهان متساويان يكون الناتج ضعف أحدهما
* عند جمع متجه وسالبه يكون الناتج صفراً

* متجه المحصلة هو متجه ناتج عنه جمع متجهين أو أكثر (R)

* يمكن جمع المتجهات بطريقتان:
أ- الرسم ب- التحليل

طريقة التحليل: هي طريقة تدرس في حساب النتائج بسبب أن الدقة أعلى في الرسم (الطول وقياس الزوايا)

الخطوات العامة:
١- تحلل المتجه الى مركباته
المركبة الأفقية $A_x = |\vec{A}|\cos\theta$
المركبة الرأسية $A_y = |\vec{A}|\sin\theta$

٢- نجد محصلة (مجموع) المركبات الأفقية
٣- نجد محصلة (مجموع) المركبات الرأسية
٤- نطبق على القاعدة

$$|\vec{R}| = \sqrt{\Sigma x^2 + \Sigma y^2}$$

٥- نجد الاتجاه باستخدام القانون $\tan\theta = \frac{\Sigma y}{\Sigma x}$ ونحدد الربع

$180-\theta$	θ
$180+\theta$	$360-\theta$

جمع وطرح المتجهات [هو جمع متجهي اي جمع مع اشارة المتجه اذا كان على المحاور، اما اذا لم يكن على المحاور فنجد بالتحليل او الرسم]

١- لا يمكن جمع او طرح المتجهات الا اذا كانت من نفس النوع (اي لها نفس وحدة القياس)

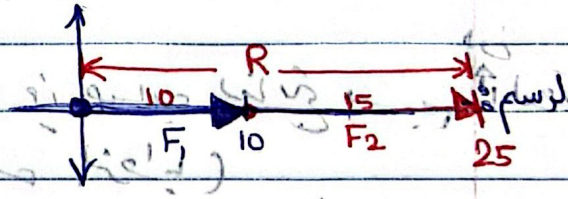
٢- اذا كان المتجهان متساويان في الاتجاه فإن مجموعها هو مجموع القيم والناتج له نفس الاتجاه [وهنا يكون الناتج الجمع اعلى قيمة]

مثال خارجي: في لعبة شد الحبل، يتكون الفريق الاول من لاعبان، قوة الاول 10N شرقاً والثاني 15N شرقاً، اوجد قوة الفريق الاول

$\vec{F_1} = 10N, 0^\circ$ و $\vec{F_2} = 15N, 0^\circ$

$R(Result) = \sum F = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (10+15) = +25N = 25N, 0^\circ$

بالرسم: عند الجمع بالرسم، نرسم متجه الاول ثم نرسم الثاني بحيث تكون بداية عند نهاية متجه الاول والمحصلة هي سهم يبدأ عند بداية متجه الاول وينتهي عند نهاية متجه الاخير.



٣- اذا كان المتجهان متعاكسان فإن ناتج الجمع يكون اقل قيمة لهما.

مثال خارجي: في لعبة شد الحبل، اذا كان الفريق الاول يسحب شرقاً بقوة 25N والفريق الثاني يسحب غرباً بقوة 18N، احد الفريق الفائز واكبر القوى التي ستحرك الحبل مقداراً واتجاهاً.

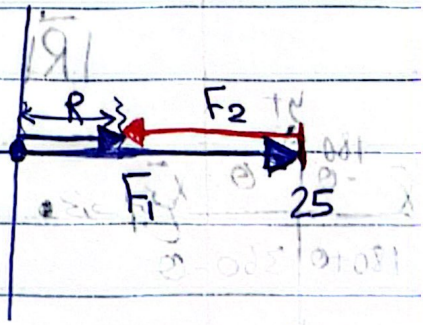
$F_1 = 25N, 0$

$F_2 = 18N, 180^\circ$

$R = \sum F = F_1 + F_2$

$= +25 + -18$

$= +7 = 7N, 0^\circ$



تحليل المتجهات الى مركباتها .

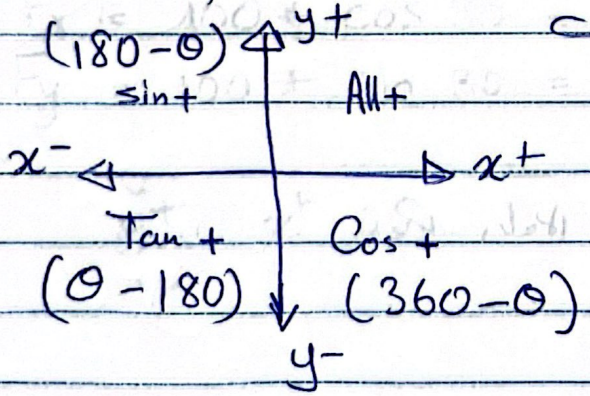
* تحليل المتجه : هو ايجاد المركبة الافقية والمركبة الرأسية العمودية للمتجه أي تحويل المتجه الى قيمتين متعامدتين احدهما على محور x والآخر على محور y .

* المركبة الافقية هي الاسقاط العمودي من المتجه على محور السينات (x)
* المركبة الرأسية هي الاسقاط العمودي من المتجه على محور الصادات (y) .

قوانين :

$$\text{if } \vec{A} = |\vec{A}| \, u, \Theta_A$$
$$\text{then } A_x = |\vec{A}| * \cos\theta$$
$$A_y = |\vec{A}| * \sin\theta .$$

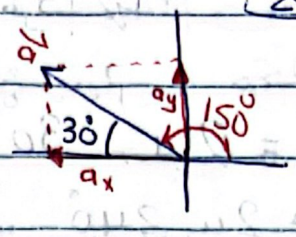
← عند التحليل ، نرسم دائما المربع الذي يمر فيه المتجه ، وتكون المركبة الافقية والرأسية متعامدتان والمتجه بينهما
← عند التحليل (مالم يطلب السؤال) يمكن التحليل باستخدام الزاوية بين المتجه المرسوم ومحور x^+ او x^- .
← بناء على الربع الذي يوجد به المتجه نقوم بتحديد الاشارة لكل من المركبتين



← اذا لم نرسم المتجه وكان المتجه معكوب داخل صيغة الاساسية فإننا نقدم القواعد التالية لايجاد قيم sin, cos مع مراعاة الاشارات مثل السابقة

مثال 12 ص 29

$\vec{a} = 6 m/s^2 \longrightarrow$



- اذا اردنا كتابة بالصيغة الاحداثية فإن

$\vec{a} = 6 m/s^2, 150°$

- عند التحليل نأخذ الزاوية بين بالتيه ومحور x وهنا يكون التحليل $(x-)$ ، $(y+)$ لأنه ربع ثاني.

$a_x = |\vec{a}| * \cos\theta$

$= 6 * -\cos 30 = -6 * 0.87 = -5.22 \ m/s^2$

$a_y = |\vec{a}| * \sin\theta$

$= 6 * +\sin 30 = +6 * \frac{1}{2} = +3 \ m/s^2$

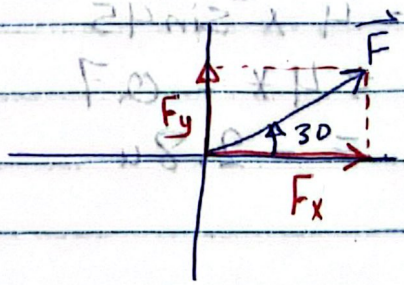
مثال 13 ص 30

$\vec{F} = 100N, 30°$

$F_x = 100 * \cos 30 = 100 * 0.87 = +87N$

$F_y = 100 * \sin 30 = 100 * \frac{1}{2} = +50N$

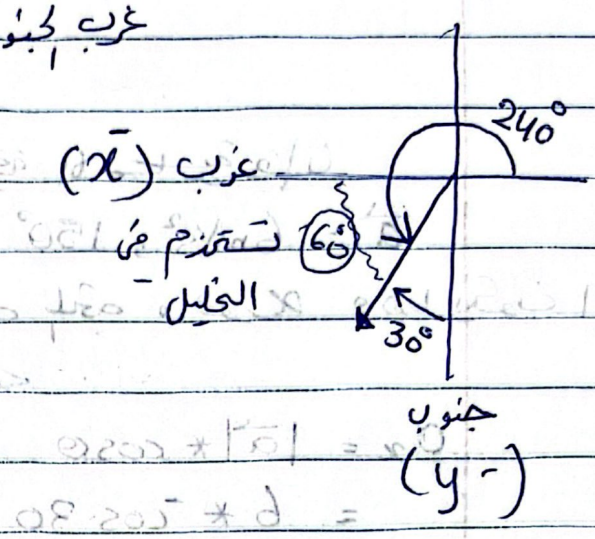
بما ان التيه في الربع الاول، يكون x^+ ، y^+.



مثال خارجي حل المجهولات التاليه الى مركبتها .

① $\vec{A} = 2u, 30^\circ$ غرب جنوب

$\vec{A} = 2u, 240^\circ$



$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$

$= 2 * \cos 60$

$= 2 * -\frac{1}{2} = -1u.$

$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$

$= 2 * \sin 60 = 2 * -0.87 = -1.74u.$

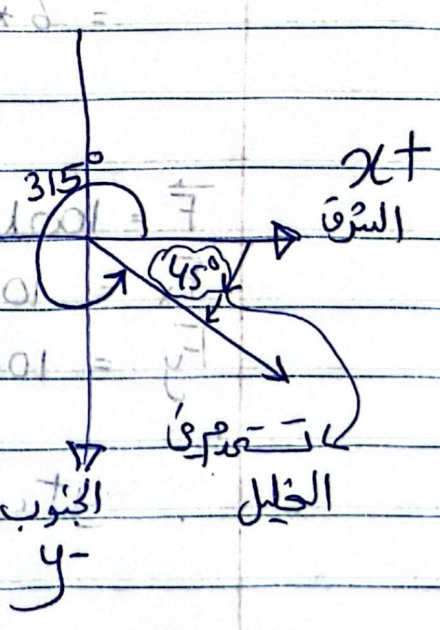
② $\vec{B} = 4u, 45^\circ$ جنوب الشرق

$B_x = |\vec{B}| \cos\theta$

$= 4 * \cos 45$

$= 4 * 0.7$

$= +2.8u$



$B_y = -|\vec{B}| * \sin\theta$

$= 4 * -\sin 45$

$= 4 * -0.7$

$= -2.8u$

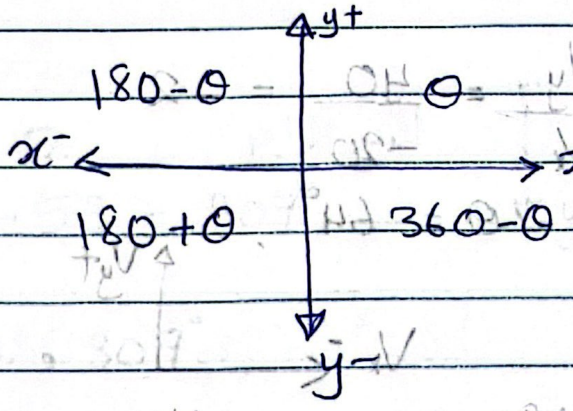
بما ان المركبتين الافقية والرأسية تمثلان اضلاع مثلث قائم الزاوية والمحصلة هو الوتر في ذلك المثلث فإننا يمكننا ايجاد محصلة من خلال مركباتها.

If $\vec{A}$, given A_x, A_y then

١- قيمة المحصلة (فيثاغورس) $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

٢- اتجاه المحصلة $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x} = \theta$

٣- حدد الربع الذي يكون فيه المحصلة من خلال اشارات x, y.



٤- طبق قاعدة الزاوية حسب الربع الذي تم تحديده.

٥- اكتب المحصلة بالصيغة الآتية $\vec{A} = |\vec{A}| \angle \theta$.

تمرين ص 30 :

$V_x = -20\ m/s$ $V_y = 40\ m/s$

① السرعة $|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(-20)^2 + (40)^2}$

$= \sqrt{400 + 1600} = \sqrt{2000}$

$= \sqrt{4 \times 5 \times 100}$

$= 2 \times 10 \times \sqrt{5}$

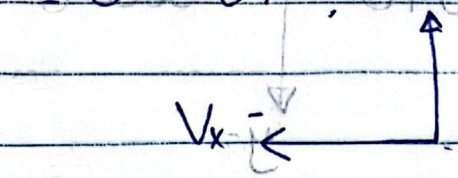
$= 20\sqrt{5} = 20(2.2) = 44\ m/s$

$\sqrt{2} = 1.4$ $\sqrt{5} = 2.2$ $\sqrt{3} = 1.7$

② الزاوية $\tan\theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{40}{-20} = -2$

$\tan^{-1} 2 = \theta = 64°$

③ الربع



ربع ثاني $\leftarrow$ $180 - \theta$

$= 180 - 64 = 116°$

④ الصيغة النهائية $\vec{V} = 44\ m/s, 116°$

سطر ص 34

$F_x = 6N$ ، $F_y = -8N$

① $|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2}$ القيمة

$= \sqrt{36+64}$

$= \sqrt{100} = 10\,N$

② $\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-8}{6} = -1.33$ الزاوية

$\tan 1.33 = \theta = 53°$

③ الربع

x^+

y^-

الربع الرابع

$360 - \theta$

$360 - 53 = 307°$

④ $\vec{F} = 10N, 307°$

مثال خارجي :-

$A_x = -7u$ ، $A_y = -7u$ find $\vec{A}$

① $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2} = \sqrt{49+49} = \sqrt{98} \approx 9.9u$

② $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} = \frac{-7}{-7} = 1 \Rightarrow \theta = 45°$

③ x^-

y^-

$\Rightarrow$ الربع الثالث $\Rightarrow 180 + \theta = 180 + 45 = 225°$

$\Rightarrow \vec{A} = 9.9u, 225°$

مثال 14 ص 32

$\vec{A} = 3u \qquad \vec{B} = 5u \qquad \vec{C} = 2u$

$A_x = 3 * \cos 0 = 3 \times 1 = 3$

$A_y = 3 \times \sin 0 = 3 \times 0 = 0$

$B_x = -5 \cos 37 = -5 * 0.8 = -4$

$B_y = +5 \sin 37 = +5 * 0.6 = 3$

$C_x = -2 * \cos 60 = -2 * \frac{1}{2} = -1$

$C_y = -2 * \sin 60 = -2 * 0.87 = -1.74$

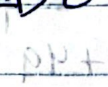
$R_x = A_x + B_x + C_x = 3 + -4 + -1 = -2$

$R_y = A_y + B_y + C_y = 0 + 3 + -1.74 = +1.26$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (1.26)^2} = 2.36$

$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{1.26}{-2} = -0.63$

$\Rightarrow \theta = 32°$



خذ إربع ربع ثاني

$180 - 32 = 148°$

$\vec{R} = 2.36u \angle 148°$

تمرين ص 33

$\vec{F_1} = F_1, 90°$

$\vec{F_2} = F, 180°$

$\vec{F_3} = 50N, 330°$

$R = 0 \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{cases}$

$F_{1x} = F_1 * \cos 90 = F_1 * 0 = 0 \ N$

$F_{1y} = F_1 * \sin 90 = F_1 * 1 = F_1 \ N$

$F_{2x} = F_2 * \cos 180 = F_2(-1) = -F_2 \ N$

$F_{2y} = F_2 * \sin 180 = F_2 * 0 = 0 \ N$

$F_{3x} = 50 * \cos 30 = 50 * 0.87 = 43,5 \ N$

$F_{3y} = 50 * -\sin 30 = 50 * -\frac{1}{2} = -25 \ N$

$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0$

$0 = F_2 + 43.5 = 0$

$\Rightarrow F_2 = 43.5 N$

$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$

$F_1 + 0 + -25 = 0$

$F_1 = 25 N$

س4 ص34

$\vec{F_1} = F_1, \theta_1$

$\vec{F_2} = F_2, \theta_2$

← اكبر قيمة للمحصلة عندما يكونان في نفس الاتجاه

وتساوي $2F$

← اقل قيمة للمحصلة عندما يكونان متعاكسين في الاتجاه

وتساوي صفر

س5 ص34

$\vec{V} = V\ m/s, \theta$

(أ) $V_y = V * \sin\theta = 0$

$\sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0^\circ$ or 180°

← اي عندما تقذف افقياً

(ب) $V_x = V * \cos\theta = V$

$\cos\theta = 1$

$\theta = 0^\circ$ ← عندما تقذف افقياً

س6 ص34

$\vec{F_1} = 4000N, 120^\circ$

$\vec{F_2} = 4000N, 180^\circ$

$\vec{F_3} = 4000N, 210^\circ$

$F_{1x} = 4000 * \bar{\cos} 60 = 4000 * -0.5 = -2000\ N$

$F_{1y} = 4000 * \overset{+}{\sin} 60 = 4000 * 0.87 = 3480\ N$

$F_{2x} = 4000 * \cos 180 = 4000 * -1 = -4000\ N$

$F_{2y} = 4000 * \sin 180 = 4000 * 0 = 0\ N$

Scanned with CamScanner

$F_{3x} = 4000 * -\cos 30 = 4000 * -0.87 = -3480$

$F_{3y} = 4000 * -\sin 30 = 4000 * -0.5 = -2000$

$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = -2000 - 4000 - 3480$

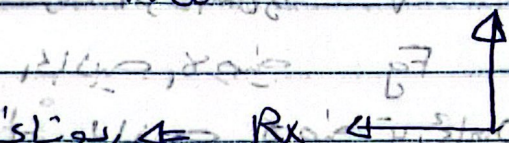
$= -9480\ N$

$R_{1y} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 3480 + 0 - 2000$

$= +1480\ N$

$R = \sqrt{(-9480)^2 + (1480)^2} = \sqrt{92060800} = 9594.8\ N$

$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{1480}{-9480} = 0.156 \Rightarrow \theta = 8.87^\circ$



$180 - \theta = 180 - 8.87^\circ = 171.13^\circ$

$R = 9594.8\ N, 8.8^\circ$