8/10/2024

٤ ضرب المتجهات في متجه:

أ. الضرب القياسي: هو ضرب متجه في متجه آخر والناتج كمية قياسية (المقدار فقط)

القانون: if $\vec{A} = |\vec{A}| u, \theta_A$

$\vec{B} = |\vec{B}| u, \theta_B$

Then $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta$

$|\vec{A}|$ مقدار المتجه A

$|\vec{B}|$ مقدار المتجه B

$\theta$: الزاوية الصغرى (اقل من $180^\circ$) المحصورة بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

ملاحظات:

١- يسمى هذا النوع بالضرب القياسي لان الناتج كمية قياسية (رقم)

٢- يسمى هذا النوع الضرب النقطي لان اشارة الضرب فيه نقطة.

٣- لحساب الزاوية بين المتجهين نرسم المتجهين تقديرياً على نفس المستوى ومن نفس نقطة الصفر.

٤- يكون ناتج الضرب القياسي موجباً اذا كانت الزاوية المحصورة بينهما $0 \leq \theta < 90$

٥- يكون ناتج الضرب القياسي سالباً اذا كانت الزاوية المحصورة بينهما $90 < \theta \leq 180$

٦- يكون ناتج الضرب القياسي صفر اذا كان المتجهين متعامدين والزاوية بينهما $90^\circ$

٧- يكون للضرب النقطي اعلى قيمة اذا كان المتجهان متوازيان وفي نفس الاتجاه ( $\theta = 0$ )

٨- يكون للضرب النقطي اقل قيمة اذا كان المتجهان متوازيان متعاكسان في الاتجاه ( $\theta = 180^\circ$ )

٩- يعتبر الضرب النقطي تبديلي اي

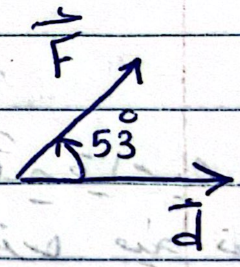
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

١٠- من أهم امثلة الضرب النقطي الشغل (الطاقة)

مثال 7 ص 18 :-

$\vec{F} = 120\,N , 53^\circ$

$\vec{d} = 5m , 0^\circ$




$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}||\vec{d}|\cos\theta$$

$$= 120 * 5 * \cos 53$$

$$= 120 * 5 * 0.6$$

$$= 360\,J$$

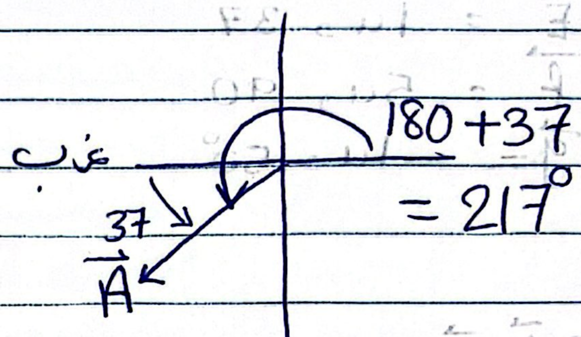
مثال خارجي :

$\vec{A} = 5N,\ 37^\circ$ جنوب الغرب

$\vec{B} = 3N,\ 53$ غرب شمال

أوجد ① $\vec{A}\cdot\vec{B}$ ② $\vec{B}\cdot\vec{A}$ ③ $-\vec{A}\cdot\vec{B}$

④ $2\vec{A}\cdot\vec{B}$ ⑤ $3\vec{B}\cdot 2\vec{A}$ ⑥ $-\vec{A}\cdot -\vec{B}$



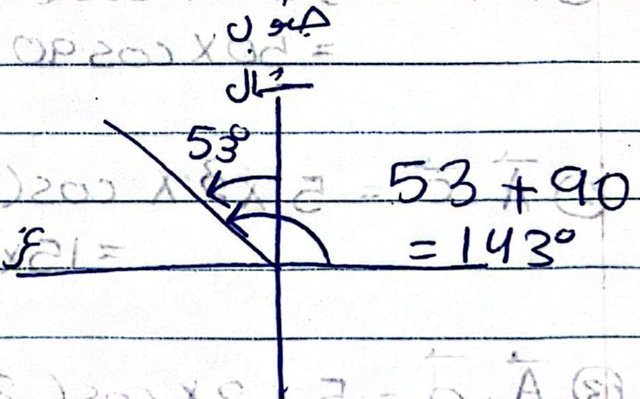

① $\vec{A}\cdot\vec{B}$

$= 5 \times 3 \times \cos(217 - 143)$

$= 15 \times \cos 74$

$= 15 \times 0.28$

$= 4.13$




② $\vec{B}\cdot\vec{A} = \vec{A}\cdot\vec{B} = 4.13$ تبديلي

③ $-\vec{A}\cdot\vec{B} = -(\vec{A}\cdot\vec{B}) = -4.13$

④ $2\vec{A}\cdot\vec{B} = 2(\vec{A}\cdot\vec{B}) = 2(4.13) = 8.26$

⑤ $3\vec{B}\cdot 2\vec{A} = 3 * 2 * (\vec{B}\cdot\vec{A}) = 6 * 4.13 = 24.78$

⑥ $-\vec{A}\cdot -\vec{B} = - * - * (\vec{A}\cdot\vec{B}) \ {+}\vec{A}\cdot\vec{B} = 4.13$

مثال : اذا علمت ان

خارجي

$\vec{A} = 5u, 30^\circ$

$\vec{B} = 10u, 120^\circ$

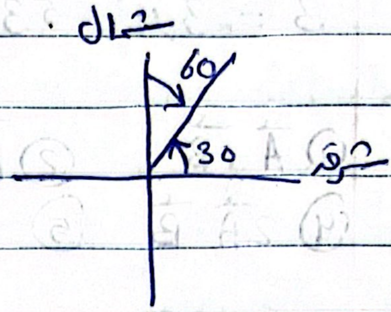
$\vec{C} = 3u, 60^\circ$ شرق الشمال

$\vec{d} = 2u, 210^\circ$

$\vec{E} = 1u, 37$

$\vec{f} = 5u, 90$

$\vec{g} = 1u, 150^\circ$




اوجد :-

① $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5 \times 10 \times \cos(120-30)$
$= 50 \times \cos 90 = 50 \times 0 = 0$

② $\vec{A} \cdot \vec{C} = 5 \times 3 \times \cos(30-30) = 15 \times \cos 0$
$= 15 \times 1 = 15$ [اعلى قيمه متوازيين بنفس الاتجاه]

③ $\vec{A} \cdot \vec{d} = 5 \times 2 \times \cos(210-30)$
$= 10 * \cos 180 = 10 \times -1 = -10$
[اقل قيمه متوازيين متعاكسين]

④ $\vec{E} \cdot \vec{F} = 1 * 5 * \cos(90-37)$
$= 5 * \cos 53 = 5 * 0.6 = 3$

⑤ $\vec{g} \cdot \vec{A} = 1 * 5 * \cos(150-30)$
$= 5 * \cos 120 = 5 * -\cos 60 = 5 \times -\frac{1}{2} = -2.5$

⑥ $\vec{C} \cdot \vec{A} = \vec{A} \cdot \vec{C} = 15$ تبديلي